

Primljeno / Received: 01.09.2024.  
Ispravljeno / Corrected: 15.10.2024.  
Prihvaćeno / Accepted: 09.11.2024.

UDK 528.338  
Pregledni rad  
DOI: <https://doi.org/10.58817/2233-1786.2024.58.55.89>

# PRIMJENA VIKOR METODE U VIŠEKRITERIJUMSKOJ OPTIMIZACIJI GEODETSKE MREŽE SPECIJALNE NAMJENE

## MULTI-CRITERIA OPTIMIZATION OF SPECIAL-PURPOSE GEODETIC NETWORK USING THE VIKOR METHOD

*Tamara Kecojević, Filip Mileski*

### SAŽETAK

U radu je obrađen i primijenjen pristup u iznalaženju dizajna geodetske mreže koja će poslužiti kao adekvatna osnova za provjeru vertikalnosti objekta visokogradnje u Crnoj Gori u Podgorici. Pristup obrađen u radu predstavlja metodu koja koristi Višekriterijumsko KOMpromisno Rangiranje/Rješenje (VIKOR), a predstavlja jednu od korištenih metoda današnjice u višekriterijumskoj optimizaciji različitih sistema. Tokom pripreme za istraživanje u svrhu primjene ove metode, uspostavljeno je šest konkurentnih alternativa. Rangiranje je sprovedeno za četiri preferencijska pristupa. Različitost pomenutih pristupa se ogleda u davanju veće važnosti jednim kriterijumima u odnosu na druge, tj. drugim riječima, u promjeni odnosa težina koje su dodjeljivane pojedinim kriterijumima. Dizajn geodetske mreže zgrade koji je usvojen kao kompromisno, optimalno rješenje, korišten je za analizu vertikalnosti objekta. Mjerenja u mreži izvršena su odgovarajućim geodetskim instrumentom, korištenim uz prateći pribor. Nakon mjerenja u optimalnoj mreži, izvršeno je izravnjanje iste i izvršena je ocjena tačnosti položajnih koordinata svih tačaka mreže.

**Ključne riječi:** višekriterijumska optimizacija, VIKOR metoda, geodetska kontrolna mreža, vertikalnost zgrade

### ABSTRACT

This paper discusses and applies an approach for the design of a geodetic network intended to serve as an adequate basis for analyzing the verticality of buildings in Podgorica, Montenegro. The method analyzed in this paper is the Multi-Criteria Compromise Ranking/Solution (VIKOR), a technique used in multi-criteria optimization for different systems. During the research preparation, six competitive alternatives were established. The ranking of these alternatives was carried out based on four different preference approaches. The primary difference between these approaches lies in the varying weights assigned to certain criteria. Specifically, the weight ratios for individual criteria were adjusted. For the analysis of the building's verticality, a geodetic network design, selected as the optimal compromise solution, was utilized. The network measurements were conducted using appropriate geodetic instrument and supporting equipment. After completing the measurements in the optimized network, the network was adjusted, and the accuracy of the positional coordinates was assessed.

**Keywords:** multi-criteria optimization, VIKOR method, geodetic control network, verticality of the building

## 1 UVOD

Predmet istraživanja u radu je definisanja položaja tačaka geodetske mreže specijalne namjene u svrhu ispitivanja vertikalnosti objekta visokogradnje u Crnoj Gori u gradu Podgorica. Cilj istraživanja je da se uspostavi najbolje rješenje, u datim uslovima, za pomenutu mrežu tako što je primijenjen pristup optimizacije. Naime, primijenjena je VIKOR (VIšekriterijumsko KOmpromisno Rangiranje/Rješenje) metoda, koju je razvio Opricović (1986), a koja podrazumijeva sagledavanje nekoliko alternativnih i dopustivih rješenja sistema - geodetske mreže koja se optimira i kao krajnji rezultat se izdvaja najbolje rješenje od ponuđenih tj. konkurentnih.

U radu je primijenjena višekriterijumska optimizacija geodetske mreže, koja uključuje više kriterijuma koji se najprije vrjednuju po svakoj od varijanti te mreže. Varijante koje ispune unaprijed postavljena ograničenja u pogledu preciznosti i pouzdanosti, a uključuju i moć testa statističke hipoteze o položaju kontrolne tačke na objektu, izdvojene su kao alternativna rješenja tj. kraće alternative, koje će biti rangirane upotrebom VIKOR metode.

Različitosť alternativa se postiže različitom geometrijom tačaka koje čine osnovni dio geodetske mreže, a kao najbolje optimalno rješenje, izabrana je ona alternativa koja je najbolja uzevši u obzir sve kriterijume. Naravno, to optimalno rješenje ne mora biti najbolje po svakom od kriterijuma, a ne mora biti najbolje ni po većini istih. Svakako, ono je postulatima metode odabrano kao sveukupno najbolje.

## 2 MJERE KVALITETA GEODETSKE MREŽE SPECIJALNE NAMJENE

Geodetske mreže objekata – mreže specijalne namjene vrlo su specifične. Temelj svakog geodetskog posla vezanog za terenske poslove u inženjerskoj geodeziji je uspostavljena geodetska osnova (Paar, 2006, Kapetanović i dr., 2015). Uspostavljanje mreže obuhvata terenska mjerenja, otkrivanje i otklanjanje grubih i sistematskih grešaka, izravnjanje geodetske mreže metodom najmanjih kvadrata (parametarski model), provođenje odgovarajućih statističkih testova i analiza tačnosti dobivenih rezultata (Tuno i dr. 2018). Naime, s obzirom na različitu vrstu, lokaciju, veličinu i namjenu objekta, kao i specifičnost terena u neposrednoj blizini tih objekata, u ovim mrežama je teško ostvariti homogenu tačnost. Pojam homogena geodetska mreža vezuje se, ustvari, za geodetsku mrežu u kojoj su standardne elipse grešaka u tačkama koje ju čine približno iste veličine, tj. sa približno istim poluosama. S druge strane, kada su, u pomenutim tačkama, zastupljene standardne elipse grešaka koje su bliske kružnicama, radi se o izotropnoj geodetskoj mreži. Idealan slučaj je uspostavljanje homogeno-izotropne mreže. Međutim, to je teško ostvarivo u praksi zbog mnogog diktirajućih terenskih faktora.

### 2.1 Mjere preciznosti

Kao mjere preciznosti geodetske mreže specijalne namjene koriste se standardne devijacije koordinata, standardne devijacije položaja i elementi standardnih elipsi grešaka u tačkama te mreže.

Naime, ako se za tačku osnovnog dijela geodetske mreže uvede oznaka  $j$ , pri čemu  $j \in \{01, 02, \dots, 0n_0\}$ , a za tačku na objektu oznaka  $k$ , sa  $k \in \{K1, K2, \dots, Kn_K\}$ , tada se standardne devijacije koordinata ovih tačaka računaju kao:

$$\sigma_{\hat{y}_j} = \sigma_0 \sqrt{Q_{\hat{y}_j \hat{y}_j}} \text{ i } \sigma_{\hat{x}_j} = \sigma_0 \sqrt{Q_{\hat{x}_j \hat{x}_j}}, \quad (1)$$

odnosno

$$\sigma_{\hat{y}_k} = \sigma_0 \sqrt{Q_{\hat{y}_k \hat{y}_k}} \text{ i } \sigma_{\hat{x}_k} = \sigma_0 \sqrt{Q_{\hat{x}_k \hat{x}_k}}, \quad (2)$$

pri čemu  $Q_{\hat{y}_j \hat{y}_j}$ ,  $Q_{\hat{x}_j \hat{x}_j}$ ,  $Q_{\hat{y}_k \hat{y}_k}$  i  $Q_{\hat{x}_k \hat{x}_k}$  označavaju elemente kofaktorske matrice  $\mathbf{Q}_{\hat{x}, u \times u}$ , date u jednačini, koji odgovaraju ocjenama diferencijalnih priraštaja koordinata  $Y_j$ ,  $X_j$ ,  $Y_k$  i  $X_k$ , respektivno, a  $\sigma_0^2$  je ranije uvedeni disperzioni koeficijent *a priori*.

**Standardne devijacije položaja tačaka mreže** se računaju na osnovu odnosnih standardnih devijacija datih u (1), odnosno (2), na sljedeći način:

$$\sigma_{p_j}^2 = \sigma_{\hat{y}_j}^2 + \sigma_{\hat{x}_j}^2 = \sigma_0^2 (Q_{\hat{y}_j \hat{y}_j} + Q_{\hat{x}_j \hat{x}_j}) \Rightarrow \sigma_{p_j} = \sigma_0 \sqrt{Q_{\hat{y}_j \hat{y}_j} + Q_{\hat{x}_j \hat{x}_j}}, \quad (3)$$

tj.

$$\sigma_{p_k}^2 = \sigma_{\hat{y}_k}^2 + \sigma_{\hat{x}_k}^2 = \sigma_0^2 (Q_{\hat{y}_k \hat{y}_k} + Q_{\hat{x}_k \hat{x}_k}) \Rightarrow \sigma_{p_k} = \sigma_0 \sqrt{Q_{\hat{y}_k \hat{y}_k} + Q_{\hat{x}_k \hat{x}_k}}, \quad (4)$$

**Standardna elipsa grešaka u tački  $j$** , odnosno  $k$ , definisana je svojom velikom i malom poluosom i direkcionim uglom velike poluose. Ako se velike poluose označe kao  $A_j$  i  $A_k$ , male poluose sa  $B_j$  i  $B_k$ , a uglovi kao  $\theta_j$  i  $\theta_k$ , onda vrijedi (Anđić, 2009):

$$A_j = \sqrt{\lambda_{1,j} \chi_{1-\alpha;2}^2}, B_j = \sqrt{\lambda_{2,j} \chi_{1-\alpha;2}^2} \text{ i } \theta_j = \arctg[(\lambda_{1,j} - K_{\hat{x}_j \hat{x}_j}) / K_{\hat{y}_j \hat{y}_j}], \quad (5)$$

odnosno

$$A_k = \sqrt{\lambda_{1,k} \chi_{1-\alpha;2}^2}, B_k = \sqrt{\lambda_{2,k} \chi_{1-\alpha;2}^2} \text{ i } \theta_k = \arctg[(\lambda_{1,k} - K_{\hat{x}_k \hat{x}_k}) / K_{\hat{y}_k \hat{y}_k}]. \quad (6)$$

gdje  $\chi_{1-\alpha;2}^2$  predstavlja kvartilu  $\chi^2$ -razdiobe sa 2 stepena slobode, a  $\lambda_{1,j}$ ,  $\lambda_{2,j}$ ,  $\lambda_{1,k}$  i  $\lambda_{2,k}$  se dobijaju kako slijedi:

$$\lambda_{1,j} = \{K_{\hat{y}_j \hat{y}_j} + K_{\hat{x}_j \hat{x}_j} + [(K_{\hat{x}_j \hat{x}_j} - K_{\hat{y}_j \hat{y}_j})^2 + 4K_{\hat{y}_j \hat{x}_j}^2]^{1/2}\} / 2, \quad (7a)$$

$$\lambda_{2,j} = \{K_{\hat{y}_j \hat{y}_j} + K_{\hat{x}_j \hat{x}_j} - [(K_{\hat{x}_j \hat{x}_j} - K_{\hat{y}_j \hat{y}_j})^2 + 4K_{\hat{y}_j \hat{x}_j}^2]^{1/2}\} / 2, \quad (7b)$$

odnosno

$$\lambda_{1,k} = \{K_{\hat{y}_k \hat{y}_k} + K_{\hat{x}_k \hat{x}_k} + [(K_{\hat{x}_k \hat{x}_k} - K_{\hat{y}_k \hat{y}_k})^2 + 4K_{\hat{y}_k \hat{x}_k}^2]^{1/2}\} / 2, \quad (8a)$$

$$\lambda_{2,k} = \{K_{\hat{y}_k \hat{y}_k} + K_{\hat{x}_k \hat{x}_k} - [(K_{\hat{x}_k \hat{x}_k} - K_{\hat{y}_k \hat{y}_k})^2 + 4K_{\hat{y}_k \hat{x}_k}^2]^{1/2}\} / 2, \quad (8b)$$

U prethodnim jednakostima figurišu kovarijacije koje se računaju kao:

$$K_{\hat{y}_j \hat{y}_j} = \sigma_0^2 Q_{\hat{y}_j \hat{y}_j}, K_{\hat{x}_j \hat{x}_j} = \sigma_0^2 Q_{\hat{x}_j \hat{x}_j} \text{ i } K_{\hat{y}_j \hat{x}_j} = \sigma_0^2 Q_{\hat{y}_j \hat{x}_j}, \quad (9)$$

tj.

$$K_{\hat{y}_k \hat{y}_k} = \sigma_0^2 Q_{\hat{y}_k \hat{y}_k}, K_{\hat{x}_k \hat{x}_k} = \sigma_0^2 Q_{\hat{x}_k \hat{x}_k} \text{ i } K_{\hat{y}_k \hat{x}_k} = \sigma_0^2 Q_{\hat{y}_k \hat{x}_k}. \quad (10)$$

Idealnom slučaju u praktičnim primjenama odgovara odnos poluosu  $A/B = 1$ . Međutim, ovo se, u najvećoj mjeri, zbog prirode terena u blizini objekta, koji uslovljava određeni oblik geodetske mreže, rijetko postiže, pa često, posebno kada su u pitanju tačke na samom objektu ili njegovom dijelu, ima smisla uvesti ograničenje  $A/B \leq 1,5$ , čak  $A/B \leq 2$ .

## 2.2 Mjere pouzdanosti

Kao mjere pouzdanosti pri uspostavljanju geodetskih mreža postoje: lokalne i globalne mjere unutrašnje i vanjske pouzdanosti. Unutrašnja pouzdanost je moć, sposobnost kontrole rezultata mjerenja u procesu izravnjanja, a vanjska pouzdanost se bavi utjecajem neotkrivenih grubih grešaka na konačne rezultate dobivene iz izravnjanja (Vrce, 2007). Za otkrivanje eventualnih grubih grešaka u rezultatima mjerenja mogu poslužiti sljedeće metode otkrivanja grubih grešaka: Baarda metoda data snooping, Popeova metoda data screening i Danska metoda (Vrce, 2011).

### 2.2.1. Lokalne i globalne mjere unutrašnje pouzdanosti

Kao *lokalne mjere* unutrašnje pouzdanosti, dobijaju se *koeficijent unutrašnje pouzdanosti i-tog opažanja* ( $r_{ii}$ ) i *marginalna vrijednost grube greške koja se datim testom može otkriti u i-tom opažanju* ( $G_i^*$ ). Shodno prethodnom, može se napisati (Perović, 2005):

$$r_{ii} = (\mathbf{R}_{n \times n})_{ii} = (\mathbf{Q}_{\hat{v}_i, n \times n} \mathbf{P}_{n \times n})_{ii}, \quad (11)$$

$$|G_i^*| = \sigma_0 \sqrt{\lambda_0} / (P_i \sqrt{Q_{\hat{v}_i \hat{v}_i}}) = (t_{1-\beta_0} + t_{1-\alpha_0/2}) \sigma_0 \sqrt{Q_{\hat{v}_i \hat{v}_i}} / r_{ii}, \quad (12)$$

gdje su:  $\lambda_0$  – parametar necentralnosti u funkciji dvije kvartile normalne razdiobe ( $t_{1-\beta_0}$  i  $t_{1-\alpha_0/2}$ ) za usvojenu moć jednodimenzionalnog testa ( $1 - \beta_0$ ) i nivo značajnosti istog testa ( $\alpha_0$ ). Obično se usvaja  $1 - \beta_0 = 0,80$  i  $\alpha_0 = 0,01$ ;  $P_i$  – dijagonalni član matrice  $\mathbf{P}_{n \times n}$  koji odgovara  $i$ -tom mjerenju; a  $Q_{\hat{v}_i \hat{v}_i}$  – dijagonalni član matrice  $\mathbf{Q}_{\hat{v}_i, n \times n}$  koji odgovara  $i$ -tom mjerenju.

U praksi se, uobičajeno, postavlja ograničenje  $r_{ii} > 0,30$ , ili nešto manje zahtjevno,  $r_{ii} > 0,20$ .

Kao *globalne mjere* unutrašnje pouzdanosti, navode se *odnos disperzionog koeficijenta a priori*,  $\sigma_0^2$ , i *njegove ocjene*,  $\widehat{\sigma_0^2} = m_0^2$  (u oznaci:  $m_0^2 / \sigma_0^2$ ), i *zbir koeficijenata unutrašnje pouzdanosti* ( $\sum_{i=1}^n r_{ii}$ ). Isti se računaju na sljedeći način (Perović, 2005):

$$m_0^2 / \sigma_0^2 = \{\hat{\mathbf{v}}_{n \times 1}^T \mathbf{P}_{n \times n} \hat{\mathbf{v}}_{n \times 1} / [n - r(\mathbf{A}_{n \times u})]\} / \sigma_0^2 = \hat{\mathbf{v}}_{n \times 1}^T \mathbf{P}_{n \times n} \hat{\mathbf{v}}_{n \times 1} / [\sigma_0^2 (n - u + d)], \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n r_{ii} = \text{tr}(\mathbf{R}_{n \times n}) = \text{tr}(\mathbf{Q}_{\hat{v}_i, n \times n} \mathbf{P}_{n \times n}) \equiv n - r(\mathbf{A}_{n \times u}) = n - u + d = f. \quad (14)$$

### 2.2.2. Lokalne i globalne mjere spoljašnje pouzdanosti u mreži

Kao **lokalna mjera** spoljašnje pouzdanosti koristi se *rastojanje Cook-Perović* (Perović, 2005):

$$CP_i = t_{1-\alpha_0/2}^2 (P_i^{-1} - Q_{\hat{v}_i \hat{v}_i}) / (r_x Q_{\hat{v}_i \hat{v}_i}) = t_{1-\alpha_0/2}^2 (1 - r_{ii}) / (r_x r_{ii}), \quad (15)$$

gdje je  $r_x = u - d = r(\mathbf{N}_{u \times u}^+)$ , ali se može koristiti i *rastojanje Cook*, koje se računa veoma slično kao prethodna mjera, tj. na osnovu:

$$C_i = t_i^2 (P_i^{-1} - Q_{\hat{v}_i \hat{v}_i}) / (r_x Q_{\hat{v}_i \hat{v}_i}) = t_i^2 (1 - r_{ii}) / (r_x r_{ii}), \quad (16)$$

sa  $t_i = \hat{v}_i / (\sigma_0 \sqrt{Q_{\hat{v}_i \hat{v}_i}})$  iz procedure *data snooping* (opisana u potpoglavlju 3.3).

**Globalna mjera** spoljašnje pouzdanosti koja se koristi u praksi je *suma koeficijenata uticaja na izravnata opažanja*, koja se računa kako slijedi (Perović, 2005):

$$tr(\mathbf{P}_{n \times n} \mathbf{Q}_{1, n \times n} \mathbf{P}_{n \times n}) / n = \sum_{i=1}^n (P_i^2 Q_{l_i l_i}) / n, \quad (17)$$

pri čemu je  $Q_{l_i l_i}$  dijagonalni član matrice  $\mathbf{Q}_{1, n \times n}$  koji odgovara  $i$ -tom mjerenju.

## 3 VIKOR METODA

Pojam višekriterijumsko odlučivanje (en. *Multi-Criteria Decision Making*; skr. MCDM) vezuje se za veoma složen postupak rješavanja problema čiji je cilj određivanje “poželjnog” rezultata s obzirom na različite zahtjeve koji se nameću donosiocu odluke. MCDM je jedan od najtačnijih postupaka donošenja odluke i predstavlja revoluciju u sagledavanju kompleksnih problema koji se javljaju u praksi. Isti razmatra različite kvalitativne i kvantitativne kriterijume koje je potrebno utvrditi da bi se pronašlo najbolje rešenje.

Postoji nekoliko vrsta MCDM metoda koje su razvijene ili poboljšane od strane različitih autora tokom posljednjih nekoliko decenija. Glavne razlike između ovih metoda odnose se na različite nivoe složenosti algoritama, metode ponderisanja kriterijuma, načine predstavljanja kriterijuma za procjenu preferencija, tipove prikupljanja podataka i dr. (Bączkiewicz i dr., 2021). MCDM se primjenjuje u različitim disciplinama i oblastima, od ekonomije i finansija, pa do inženjerskog projektovanja i medicine. Objavljeni članak autora Pramanik, Biswas, Pal, Marinković i Choudhury (2021) pružio je sveobuhvatan pregled primjene različitih MCDM metoda.

U radu analizirana VIKOR metoda se koristi za određivanje višekriterijumski optimalnog rješenja, a zasniva se na takvim metodološkim osnovama da se donosiocu odluke predlaže rješenje koje predstavlja kompromis između želja (reprezentuju ih kriterijumi) i mogućnosti (predstavljene su ograničenjima) ili kompromis između različitih interesa učesnika u odlučivanju (slučaj kada je donosilac odluke grupa eksperata).

U zadatku višekriterijumskog odlučivanja kriterijumi su eksplicitno dati, a ograničenja se uvode kako bi se izdvojila *dopustiva rješenja*, tj. *alternative* koje zadovoljavaju sva ta ograničenja i od kojih će neke ili sve biti rangirane u cilju dobijanja optimalnog rješenja za optimizirani sistem. Dopustivost alternativa se provjerava prilikom njihovog uspostavljanja.

Optimizacija nekih sistema u praksi se zasniva na kriterijumima koji svi predstavljaju dobitke, dok, s druge strane, ti kriterijumi ujedno reprezentuju i gubitke. U prvom slučaju, problem se svodi na maksimizaciju odnosnih kriterijumskih funkcija, a u drugom na minimizaciju istih. Međutim, većina sistema uključuje razmatranje dobiti i gubitaka istovremeno. To dodatno usložnjava proces optimizacije, jer se pojavljuju oprečni zahtjevi. U geodeziji su to, na primjer, zahtjevi za postizanjem veće tačnosti, a da geometrija mreže bude uslovljena svim uslovim na terenu.

Rješavanje zadatka višekriterijumskog odlučivanja (višekriterijumske optimizacije) je, dakle, složen proces dolaženja do konačnog rješenja i obuhvata sljedeće korake:

- proučavanje i formulisanje problema,
- proučavanje karakteristika Sistema,
- definisanje kriterijuma i ograničenja,
- uspostavljanje (dopustivih) alternativa,
- vrjednovanje tih alternativa,
- definisanje težina kriterijuma (izražavanje preferencije),
- primjena VIKOR ili neke druge MCDM metode u optimizaciji razmatranog sistema i
- predlaganje kompromisnog (optimalnog) rješenja.

### 3.1 Postavka VIKOR metode

Matematička osnova VIKOR metode zasniva se na formulama datim u Opricović (1998) i Anđić i Đurović (2023).

U osnovi, ova metoda je razvijena na osnovu elemenata kompromisnog programiranja i polazi od „graničnih” oblika  $L_p$ -metrike, koja se piše kao:

$$L_p(F^*, F(x)) = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^{n_c} [f_i^* - f_i(x)]^p}, \text{ sa } p \in [1, \infty), \quad (18)$$

i predstavlja rastojanje između „idealne” tačke, koja se označava kao  $F^*(f_1^*, f_2^*, \dots, f_{n_c}^*)$ , i tačke  $F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_{n_c}(x))$  u prostoru kriterijumskih funkcija.

Generalno, „idealna” tačka se definiše na sljedeći način:

$$f_i^* = \max_j f_{ij}, \text{ odnosno } f_i^- = \min_j f_{ij}, \quad (19)$$

kada svi kriterijumi predstavljaju dobiti, odnosno gubitke, respektivno, pri čemu je  $i \in \{1, 2, \dots, n_c\}$  redni broj kriterijumske funkcije, a  $j \in \{1, 2, \dots, n_a\}$  redni broj alternative.

Pošto su u praksi vrijednosti  $f_{ij}$  veoma često date u različitim jedinicama, što je slučaj i u geodeziji, da bi se izbjegao taj problem u izračunavanjima, uvodi se transformacija koja obezbjeđuje da se svi proračuni vrše sa bezdimenzionim vrijednostima za sve kriterijume. Ova transformacija se, naime, zasniva na sljedećoj veličini:

$$d_{ij} = (f_i^* - f_{ij}) / (f_i^* - f_i^-), \quad (20)$$

sa  $i \in \{1, 2, \dots, n_c\}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, n_a\}$ , pri čemu  $f_i^*$  i  $f_i^-$  reprezentuju, respektivno, *najbolju* i *najgoru alternativu* u razmatranom sistemu.

Ako se za težinu kriterijuma  $i$  uvede oznaka  $w_i$ , pri čemu je  $\sum_{i=1}^{n_c} w_i = 1$ ), tada se za alternativu  $a_j$ , uz korištenje veličine  $d_{ij}$  iz, mogu napisati „granični” oblici  $L_p$ -metrike kako slijedi:

$$S_j = \sum_{i=1}^{n_c} w_i d_{ij} \text{ (za } p = 1), \quad (21)$$

$$R_j = \max_i (w_i d_{ij}) \text{ (ako se za } p \text{ uzme } \infty), \text{ sa } i \in \{1, 2, \dots, n_c\}, j \in \{1, 2, \dots, n_a\}. \quad (22)$$

U primjenama se dešava da je  $R_j = R^-$  za dva ili više  $j$ -indeksa. Tada se uvodi modifikacija:

$$R_{j,\text{mod}} = R_j + (S_j - R^-)/100 = R_j + (S_j - \max_j R_j)/100. \quad (23)$$

Mjera odstupanja koja izražava zahtjev za maksimalnu grupnu korist je sljedeća:

$$QS_j = (S_j - S^*)/(S^- - S^*) = (S_j - \min_j S_j)/(\max_j S_j - \min_j S_j), \quad (24)$$

a mjera odstupanja koja izražava zahtjev za minimiziranje maksimalnog odstupanja alternative od „idealne” alternative se piše kao:

$$QR_j = (R_j - R^*)/(R^- - R^*) = (R_j - \min_j R_j)/(\max_j R_j - \min_j R_j). \quad (25)$$

Ove veličine, koje, redom, služe za formiranje *prve* i *druge rang liste*, linearno se kombinuju, čineći veličinu koja predstavlja suštinu za odlučivanje u VIKOR metodi, tj. veličinu za višekriterijumsko rangiranje  $j$ -te alternative, u zapisu:

$$Q_j(v) = v \cdot QS_j + (1 - v) \cdot QR_j, \text{ sa } j \in \{1, 2, \dots, n_a\}, \quad (26)$$

koja će poslužiti za formiranje *treće rang liste*, tj. *kompromisne rang liste*, pri čemu će se izdvojiti alternativa kojoj odgovara minimalna vrijednost ove veličine. Oznaka  $v$  uvedena u predstavlja težinu strategije ispunjavanja većine kriterijuma, i u VIKOR metodi se uzima  $v = 0,50$ .

### 3.2 Metoda određivanja težina kriterijuma za VIKOR rangiranje

Postoji veći broj metoda za određivanje težina kriterijuma koje se u praksi koriste u zadacima višekriterijumske optimizacije. Neke od ovih metoda su: SMART (en. *Simple Multi-Attribute Rating Technique*) (Edwards, 1977; von Winterfeldt i Edwards, 1986), AHP (en. *Analytic Hierarchy Process*) (Saaty, 1980), RS (en. *Rank Summed Weighting Technique*) (Stillwell, Seaver i Edwards, 1981), RR (en. *Rank Reciprocal Weighting Technique*) (Stillwell, Seaver i Edwards, 1981), SWING (en. *Swing Weighting Technique*) (von Winterfeldt i Edwards, 1986), ROC (en. *Rank Ordered Centroid Technique*) (Barron i Barrett, 1996), itd.

Za rangiranje u ovom radu koristi se SWING metoda koja se realizuje sljedećim koracima:

- subjektivno rangiranje kriterijuma prema važnosti, tj. u skladu sa preferencijom,
- dodjeljivanje najvećeg broja bodova najvažnijem kriterijumu,
- dodjeljivanje broja bodova svakom od preostalih kriterijuma na način da isti predstavlja

stepen važnosti u odnosu na najvažniji kriterijum  $i$

- računanje vrijednosti težine za svaki kriterijum kao količnika broja bodova dodijeljenih tom kriterijumu  $i$  sume broja bodova dodijeljenih svim kriterijumima.

U istraživanje u radu se koriste četiri preferencijska pristupa, označena kao PP1, PP2, PP3 i PP4. Svaki od njih se zasniva na određenoj uređenoj osmorci bodova/težina, dodijeljenih, redom, kriterijumskim funkcijama F1, F2, ..., F8.

### 3.3 Uslovi i izbor optimalnog rješenja u VIKOR metodi

U višekriterijumskom rangiranju kada se koristi VIKOR metoda, alternativa  $a_j$  je bolja (sveukupno, tj. prema svim kriterijumima) od alternative  $a_k$ , ako je ispunjena nejednakost  $Q_j(0,50) < Q_k(0,50)$ . Međutim, da bi se neka alternativa proglasila najboljom među svim konkurentnim alternativama, ista mora biti prvorangirana na kompromisnoj (trećoj) rang listi i ispuniti sljedeća dva uslova (Opricović, 1998; Anđić i Đurović, 2023):

**Uslov 1:** Prvorangirana alternativa,  $a'$ , na kompromisnoj rang listi za  $v = 0,50$  mora imati **dovoljnu prednost** nad alternativom sa sljedeće pozicije,  $a''$ , što je slučaj kada je ispunjeno:

$$Q(a'') - Q(a') \geq DQ = \min(0,25; 1/(n_a - 1)), \quad (27)$$

gdje su  $Q(a')$  i  $Q(a'')$  oznake za vrijednosti dobijene na osnovu jednačine (26) koje, redom, odgovaraju alternativama  $a'$  i  $a''$ , pri čemu je *prag prednosti*  $DQ$  ograničen na 0,25 za slučajeve kada se rangira manje od 6 alternativa.

**Uslov 2:** Prvorangirana alternativa,  $a'$ , na kompromisnoj rang listi za  $v = 0,50$  mora imati **dovoljnu čvrstu prvu poziciju**, a to će biti slučaj ako ista ispunjava najmanje jedan od sljedeća tri zahtjeva: (1) prvorangirana je na prvoj rang listi (ima najmanju vrijednost  $QS$ ); (2) prvorangirana je na drugoj rang listi (ima najmanju vrijednost  $QR$ ); (3) prvorangirana je na trećoj (kompromisnoj) rang listi (ima najmanju vrijednost  $Q$  za  $v = 0,25$  i  $v = 0,75$ ).

Odluka o izboru optimalnog rješenja se donosi na sljedeći način (Opricović, 1998; Anđić i Đurović, 2023):

- Ako alternativa  $a'$  ispunjava Uslov 1 i Uslov 2, ista se proglašava *jedinim i najboljim (optimalnim) rješenjem*;
- Ako alternativa  $a'$  ispunjava u Uslov 1, ali ne ispunjava Uslov 2, za istu se smatra da *nije dovoljno bolja* od alternative  $a''$ , te se tada, kao optimalno rješenje, usvaja skup kompromisnih rješenja koji sadrži ove dvije alternative;
- Ako alternativa  $a'$  ne ispunjava samo Uslov 1 ili ne ispunjava oba uslova, za istu se smatra da *nije dovoljno bolja* od alternative  $a''$  i svake druge alternative  $a^k$ , koja se nalazi na  $k$ -toj poziciji na trećoj (kompromisnoj) listi i za koju je ispunjeno:
  - o  $Q(a^k) - Q(a') < DQ$ , (28)
  - o i tada se optimalnim rješenjem proglašava skup kompromisnih rješenja koji sadrži alternative  $a', a'', \dots, a^k$ .



## 4 PRIMJENA VIKOR METODE

VIKOR metoda je primijenjena pri optimizaciji geodetske mreže specijalne namjene u svrhu analize vertikalnosti objekta visokogradnje. Objekat se nalazi u Crnoj Gori i to u jugoistočnom dijelu Podgorice u naselju Zabjelo. Objekat je pozicioniran na relativno ravnom terenu, nadmorske visine 40 m. Dimenzije objekta su 27 x 15 m, spratnosti Pr + 3 + Tv.

Prvi korak za analizu vertikalnosti objekta je uspostavljanje geodetske osnove – mreže objekta kao geodetske osnove specijalne namjene (Tuno, Mulahusić i Topoljak, 2019). S ciljem da se uspostavi nekoliko alternativa (u ovom radu šest) za geodetsku mrežu, morali su biti izvršeni prethodni radovi na terenu:

- izbor vertikale (ivice zida) koja će za potrebe istraživanja reprezentovati vertikalnu pomenute zgrade,
- izbor pozicija osam tačaka uz uslov međusobnog dogledanja svih tačaka, kao i sa signalisanim tačkama objekta

Tačke na objektu su signalisane markicama za viziranje koje su zalijepljene na objekat i označene su: K1, K2, K3 i K4. Tačke geodetske mreže specijalne namjene su numerisane brojevima: 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106 i 107. U svaku od šest alternativa tokom provođenja VIKOR metode će biti uključene po odabrane četiri

U svrhu prethodne analize tačnosti i pouzdanosti mreže, tj. svih šest alternativa iste, određene su približne koordinate tačaka (Tabela 1).

*Tabela 1*

Približne koordinate tačaka koje formiraju osnovni dio mreže

Broj tačke	Približne koordinate tačaka	
	$y_0$ (m)	$x_0$ (m)
100	6602083,887	4699020,725
101	6602077,033	4699055,287
102	6602130,973	4699075,618
103	6602126,376	4699036,381
104	6602112,127	4699051,981
105	6602112,690	4699067,621
106	6602040,149	4699038,918
107	6602049,181	4699000,817

Položajne koordinate tačke u svrhu analize vertikalnosti objekta su preuzete iz projekta objekta odnosno iz elaborate položajnog iskolčenja ( $y_{pr} = 6602079,970$  m,  $x_{pr} = 4699121,662$  m).

Na Slici 1 prikazana je izabrana vertikala zgrade sa signalisanim tačkama objekta tj. sa nalijepljenim markicama za opažanje.



Slika 1. Dio zgrade na kojem su vršena opažanja

#### 4.1 Kriterijumske funkcije, ograničenja i uspostavljanje alternativnih rješenja geodetske mreže specijalne namjene

Za potrebe istraživanja razvijene su sljedeće kriterijumske funkcije:

- Standardna devijacija položaja tačke na vertikali zgrade projicirana horizontalnu ravan:

$$f_1 = \sigma_{p_k}, \text{ pri čemu } (\forall k \in \{K1, K2, K3, K4\})(\sigma_{p_k} \equiv \sigma_p), \quad (29)$$

- Količnik poluosa standardne elipse grešaka u tački na vertikali zgrade:

$$f_2 = A_k/B_k, \text{ pri čemu } (\forall k \in \{K1, K2, K3, K4\})(A_k/B_k \equiv A/B), \quad (30)$$

- Minimalni koeficijent unutrašnje pouzdanosti opažanja u mreži:

$$f_3 = \min_i r_{ii}, \text{ sa } i \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (31)$$

- Brojna vrijednost sume vrijednosti marginalnih grubih grešaka koje se mogu otkriti u  $n_{pr}$  opažanih horizontalnih pravaca i  $n_d$  opažanih dužina ( $n_{pr} + n_d = n$ ):

$$f_4 = \sum_{i_{pr}=1}^{n_{pr}} (|G_{i_{pr}}^*|/'') + \sum_{i_d=1}^{n_d} (|G_{i_d}^*|/mm), \text{ sa } i_{pr} \in \{1, 2, \dots, n_{pr}\}, i_d \in \{1, 2, \dots, n_d\}, \quad (32)$$

- Suma koeficijenata uticaja na izravnata opažanja (globalna mjera spoljašnje pouzdanosti u mreži):

$$f_5 = \text{tr}(P_{n \times n} Q_{i, n \times n} P_{n \times n})/n, \quad (33)$$

- Srednja vrijednost rastojanja Cook-Perović (lokalna mjera spoljašnje pouzdanosti u mreži):

$$f_6 = \overline{CP}_i, \text{ sa } i \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (34)$$

- Minimalna vrijednost moći testa u otkrivanju grube greške u opažanju (za cijelu mrežu):

$$f_7 = \min_i (1 - \beta_0)_i, \text{ sa } i \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (35)$$

- Moć testa u otkrivanju razlike realizovanog od projektovanog položaja tačke (u ovom radu  $dp_k = 5 \text{ mm}$ ) na vertikali zgrade:

$$f_8 = (1 - \beta)_k, \text{ pri čemu } (\forall k \in \{K1, K2, K3, K4\})((1 - \beta)_k \equiv 1 - \beta). \quad (36)$$

Od prethodno popisanih osam kriterijumskih funkcija, funkcije numerisane sa brojevima 31, 35 i 36 predstavljaju dobiti, zbog čega se maksimiziraju, dok preostalih pet funkcija, predstavljaju gubitke, te se iste minimiziraju.

Radi uspostavljanja alternativnih rješenja, postavljena su sljedeća ograničenja:

$$(\forall i \in \{1, 2, \dots, n\})(r_{ii} \geq 0,20), \quad (37)$$

$$(\forall k \in \{K1, K2, K3, K4\})(A_k/B_k \equiv A/B \leq 1,2), \quad (38)$$

$$(\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}) \left( |G_i^*| \leq \frac{t_{0,80} + t_{1-0,01/2}}{\sqrt{0,20}} \sigma_i \approx 7,64\sigma_i \right), \quad (39)$$

$$(\forall i \in \{1, 2, \dots, n\})((1 - \beta_0)_i \geq 0,80), \quad (40)$$

$$(\forall k \in \{K1, K2, K3, K4\})((1 - \beta)_k \equiv 1 - \beta \geq 0,80). \quad (41)$$

Za višekriterijumsko rangiranje u ovom radu odabrano je 6 rješenja za geodetsku mrežu zgrade koja sva zadovoljavaju ograničenja, tj. 6 dopustivih rješenja – alternativa (A1, A2, A3, A4, A5 i A6).

Sve te alternative uključuju u odnosni osnovni dio mreže zgrade različite skupove od 4 tačke, kao podskupove skupa od ukupno 8 tačaka (tačke 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106 i 107 geodetske mreže specijalne namjene), i sve 4 tačke na vertikali zgrade (tačke K1, K2, K3 i K4).

Dakle, skup tačaka koji se odnosi na pojedinačnu alternativu razlikuje se u odnosu na druge alternative samo u domenu osnovnog dijela mreže. Naime, tačke koje čine geodetsku mrežu

zgrade po alternativama su:

Alternativa A1: 102, 103, 106, 107, K1, K2, K3, K4;

Alternativa A2: 102, 103, 104, 106, K1, K2, K3, K4;

Alternativa A3: 100, 101, 103, 105, K1, K2, K3, K4;

Alternativa A4: 100, 103, 104, 106, K1, K2, K3, K4;

Alternativa A5: 100, 101, 103, 106, K1, K2, K3, K4;

Alternativa A6: 100, 102, 103, 106, K1, K2, K3, K4.

Za sve alternative je zajedničko da podrazumijevaju po ukupno  $n = 4 \cdot (2 \cdot 7) = 56$  opažanja (tj. po dva opažanja – horizontalni pravac i dužina, sa svake tačke osnovnog dijela mreže na sve tri preostale tačke tog dijela mreže i sve četiri tačke na vertikali).

Na slici 2 prikazani su različiti mogući izvedbeni oblici geodetske mreže specijalne namjene za svaku od uspostavljenih alternativa (naznačena u gornjem lijevom uglu odnosno dijela slike).

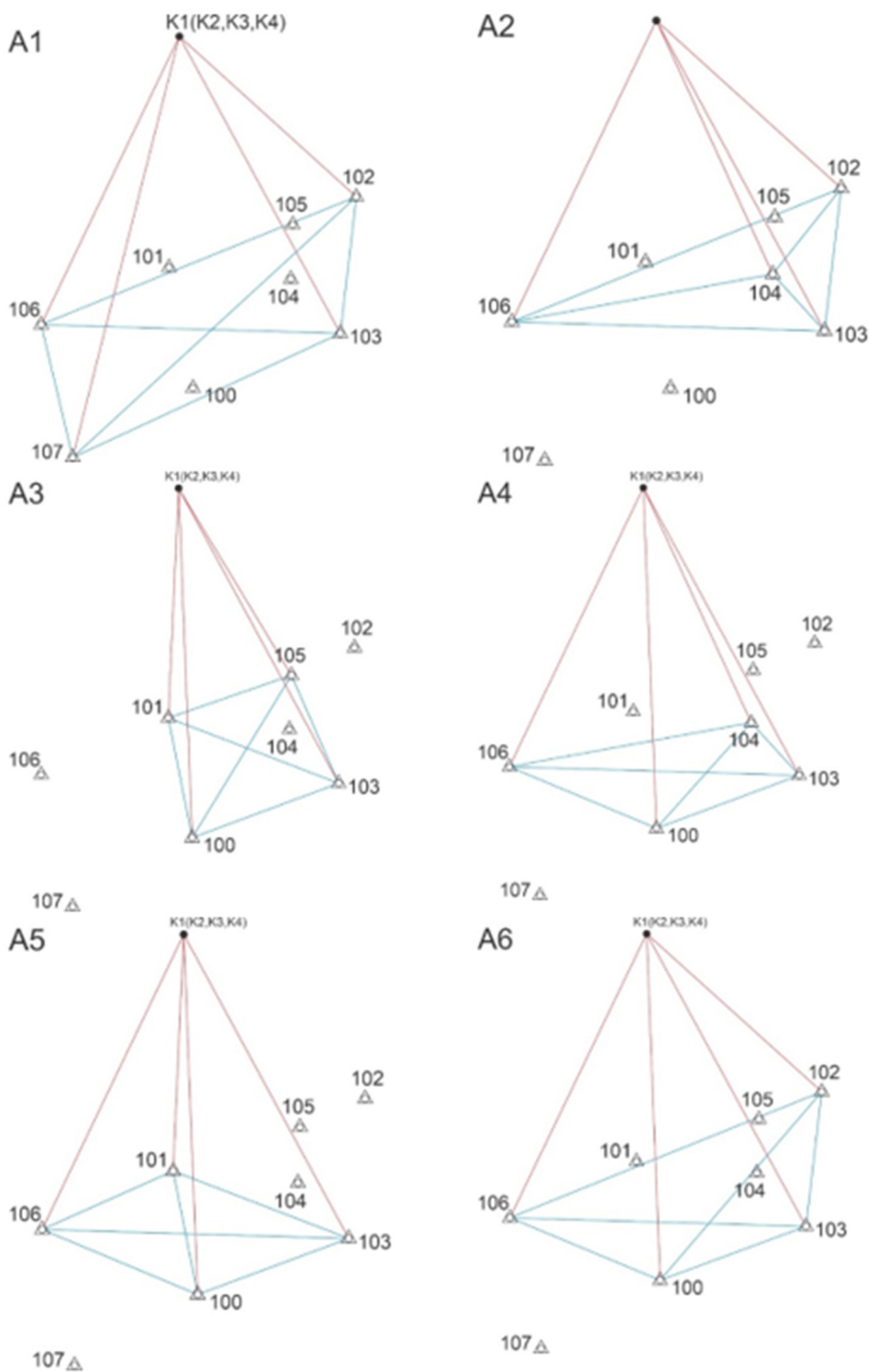
Međutim, ono što alternative čini međusobno različitim, i što je osnova za rangiranje istih, su vrijednosti kriterijumskih funkcija. U Tabeli 2 su prikazane vrijednosti kriterijumskih funkcija  $f_1$  do  $f_8$ , za svaku od 6 alternativa.

Tabela 2

*Vrednovanje kriterijumskih funkcija po alternativama*

Kriterij. funkcija	Vrijednosti kriterijumskih funkcija za svaku alternativu					
	A1	A2	A3	A4	A5	A6
$f_1$	1,70000	1,66000	1,61000	1,74000	1,69000	1,68000
$f_2$	1,14000	1,06000	1,03000	1,13000	1,08000	1,11000
$f_3$	0,51200	0,50100	0,50200	0,51100	0,48500	0,51200
$f_4$	856,260000	904,65000	900,46000	896,23000	881,81000	860,42000
$f_5$	1,92620	1,80490	1,74960	1,83600	1,82470	1,92350
$f_6$	0,17830	0,17900	0,18320	0,17740	0,18010	0,17690
$f_7$	0,99807	0,99771	0,99772	0,99805	0,99696	0,99809
$f_8$	0,94932	0,96999	0,98145	0,94366	0,96193	0,96030

U potpoglavlju 4.2 su dati rezultati primjene VIKOR metode u rangiranju uspostavljenih alternativa korištenjem vrijednosti iz Tabele 5.



Slika 2. Izvedbeni oblici geodetske mreže za alternative A1, A2, A3, A4, A5 i A6

## 4.2 Izbor optimalnog rješenja geodetske mreže specijalne namjene

U svrhu provođenja istraživanja, izvršena su opažanja svih potrebnih veličina. Prije primjene VIKOR metode, izvršeno je rangiranje alternativa na osnovu vrijednosti kriterijumskih funkcija iz Tabele 2. Rezultati ovog inicijalnog rangiranja dati su u Tabeli 3.

Tabela 3

Rang liste alternativa po pojedinačnim kriterijumima

Kriterij. funkcija	Pozicije alternativa na rang listi pri rangiranju po pojedinačnim kriterijumima					
	1. mjesto	2. mjesto	3. mjesto	4. mjesto	5. mjesto	6. mjesto
$f_1$	A3	A3	A6	A1	A3	A6
$f_2$	A2	A2	A1	A6	A2	A4
$f_3$	A6	A5	A4	A5	A5	A1
$f_4$	A5	A6	A3	A4	A4	A2
$f_5$	A1	A4	A2	A3	A6	A5
$f_6$	A4	A1	A5	A2	A1	A3
$f_7$	A3	A3	A6	A1	A3	A6
$f_8$	A2	A2	A1	A6	A2	A4

Radi izražavanja preferencije u višekriterijumskom rangiranju, uspostavljene su težine za kriterijume, tj. za kriterijumske funkcije. To je učinjeno korištenjem SWING metode u četiri preferencijska pristupa. Naime, uspostavljene su sljedeće “osmorke bodova/težina kriterijuma” za rangiranje u radu:

- PP1 (jednaka važnost svih kriterijuma): Bodovi: (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1);
- Težine: (0,1250, 0,1250, 0,1250, 0,1250, 0,1250, 0,1250, 0,1250);
- PP2: Bodovi: (4, 3, 5, 3, 3, 3, 5, 7);
- Težine: (0,1212, 0,0909, 0,1515, 0,0909, 0,0909, 0,0909, 0,1515, 0,2121);
- PP3: Bodovi: (6, 4, 9, 3, 3, 3, 9, 12);
- Težine: (0,1224, 0,0816, 0,1837, 0,0612, 0,0612, 0,0612, 0,1837, 0,2449);
- PP4: Bodovi: (6, 4, 10, 3, 3, 3, 7, 10);
- Težine: (0,1304, 0,0870, 0,2174, 0,0652, 0,0652, 0,0652, 0,1522, 0,2174).

Rezultati primjene VIKOR metode za svaki od 5 preferencijskih pristupa dati su u Tabelama 4, 5, 6, 7 i 8:

Tabela 4

Vrijednosti glavnih mjera koje se koriste u VIKOR metodi (PP1)

Mjera	Rezultati primjene VIKOR metode (Preferencijski pristup 1)					
	A1	A2	A3	A4	A5	A6
$S_j$	0,4832	0,4242	0,3278	0,5428	0,6326	0,3588
$R_j$	0,1250	0,1250	0,1250	0,1250	0,1250	0,1231
$R_{j,mod}$	0,1286	0,1280	0,1270	0,1292	0,1301	0,1231
$QS_j$	0,5097	0,3162	0,0000	0,7053	1,0000	0,1014
$QR_{j,mod}$	0,7869	0,7028	0,5654	0,8719	1,0000	0,0000
$Q_{j,mod}(0, 50)$	0,6483	0,5095	0,2827	0,7886	1,0000	0,0507
$Q_{j,mod}(0, 25)$	0,7176	0,6062	0,4241	0,8302	1,0000	0,0254
$Q_{j,mod}(0, 75)$	0,5790	0,4128	0,1414	0,7469	1,0000	0,0761

Tabela 5  
Vrijednosti glavnih mjera koje se koriste u VIKOR metodi (PP2)

Mjera	Rezultati primjene VIKOR metode (Preferencijski pristup 2)					
	A1	A2	A3	A4	A5	A6
$S_j$	0,4794	0,4014	0,2814	0,5510	0,6637	0,3453
$R_j$	0,1804	0,0909	0,0909	0,2121	0,1515	0,1187
$R_{j,mod}$	0,5179	0,3138	0,0000	0,7052	1,0000	0,1671
$QS_j$	0,7382	0,0000	0,0000	1,0000	0,5000	0,2295
$QR_{j,mod}$	0,6281	0,1569	0,0000	0,8526	0,7500	0,1983
$Q_{j,mod}(0, 50)$	0,6832	0,0785	0,0000	0,9263	0,6250	0,2139
$Q_{j,mod}(0, 25)$	0,5730	0,2354	0,0000	0,7789	0,8750	0,1827
$Q_{j,mod}(0, 75)$	0,4794	0,4014	0,2814	0,5510	0,6637	0,3453

Tabela 6  
Vrijednosti glavnih mjera koje se koriste u VIKOR metodi (PP3)

Mjera	Rezultati primjene VIKOR metode (Preferencijski pristup 3)					
	A1	A2	A3	A4	A5	A6
$S_j$	0,4637	0,3835	0,2474	0,5381	0,6984	0,3261
$R_j$	0,2083	0,0742	0,0699	0,2449	0,1837	0,1371
$R_{j,mod}$	0,4794	0,3017	0,0000	0,6445	1,0000	0,1745
$QS_j$	0,7907	0,0249	0,0000	1,0000	0,6502	0,3839
$QR_{j,mod}$	0,6351	0,1633	0,0000	0,8223	0,8251	0,2792
$Q_{j,mod}(0, 50)$	0,7129	0,0941	0,0000	0,9111	0,7376	0,3315
$Q_{j,mod}(0, 25)$	0,5573	0,2325	0,0000	0,7334	0,9125	0,2268
$Q_{j,mod}(0, 75)$	0,4637	0,3835	0,2474	0,5381	0,6984	0,3261

Tabela 7  
Vrijednosti glavnih mjera koje se koriste u VIKOR metodi (PP4)

Mjera	Rezultati primjene VIKOR metode (Preferencijski pristup 4)					
	A1	A2	A3	A4	A5	A6
$S_j$	0,4566	0,3891	0,2575	0,5292	0,6998	0,3231
$R_j$	0,1849	0,0855	0,0827	0,2174	0,2174	0,1217
$R_{j,mod}$	0,1849	0,0855	0,0827	0,2205	0,2222	0,1217
$QS_j$	0,4502	0,2974	0,0000	0,6142	1,0000	0,1481
$QR_{j,mod}$	0,7323	0,0197	0,0000	0,9878	1,0000	0,2793
$Q_{j,mod}(0, 50)$	0,5913	0,1585	0,0000	0,8010	1,0000	0,2137
$Q_{j,mod}(0, 25)$	0,6618	0,0891	0,0000	0,8944	1,0000	0,2465
$Q_{j,mod}(0, 75)$	0,5207	0,2280	0,0000	0,7076	1,0000	0,1809

Na osnovu rezultata prikazanih u Tabelama 4, 5, 6 i 7, a vodeći se principima VIKOR metode koji se koriste u izboru optimalnog (kompromisnog) rješenja, zaključuje se da su ta rješenja po preferencijskim pristupima sljedeća:

- PP1: Samo alternativa A6;
- PP2: Skup kompromisnih rješenja koji čine alternative A2, A3 i A6;
- PP3: Skup kompromisnih rješenja koji čine alternative A2 i A3;
- PP4: Skup kompromisnih rješenja koji čine A2 i A3.

Za potrebe eksperimentalnog dijela ovog rada, izabran je dizajn mreže koji odgovara alternativni A2, jer se ista (zajedno sa alternativom A3) našla u skupu kompromisnih rješenja pri 3 od 4 preferencijska pristupa.

Stabilizacija svih tačaka koje odgovaraju alternativni A2 obavljena je na način kako je prikazano na lijevom dijelu Slike 3, a desni dio te slike reprezentuje postavljanje reflektora na stativ iznad jedne od tačaka mreže. Sva potrebna mjerenja obavljena su elektronskim tahimetrom Leica Geosystems TCR407 Power R100, koja obezbeđuje preciznost mjerenja uglova od 7", a dužina 2 mm; 2 ppm (mjerenja na reflektor) i 3 mm; 2 ppm (mjerenja na markice postavljene na izabranoj ivici zida zgrade) (Tuno i dr., 2010).



Slika 3: Biljega tačke geodetske mreže specijalne namjene (lijevo) i signalisana geodetska tačka mreže specijalne namjene (desno)

### 4.3 Rezultati izravnjanja geodetske mreže specijalne namjene izabran kao kompromisno rješenje

Kao oblik geodetske mreže specijalne namjene odabran je oblik koji odgovara obliku – dizajnu alternative A2 (Slika 4). Nakon izvršenih i obrađenih mjerenja izvršeno je izravnjanje mreže. Izravnjanjem mreže su dobivene koordinate nepoznatih tačaka u mreži (Pešto i Đidelića, 2018; Ambrožič i dr., 2019).

Tabela 8

*Izravnate koordinate tačaka odabrane alternative A2*

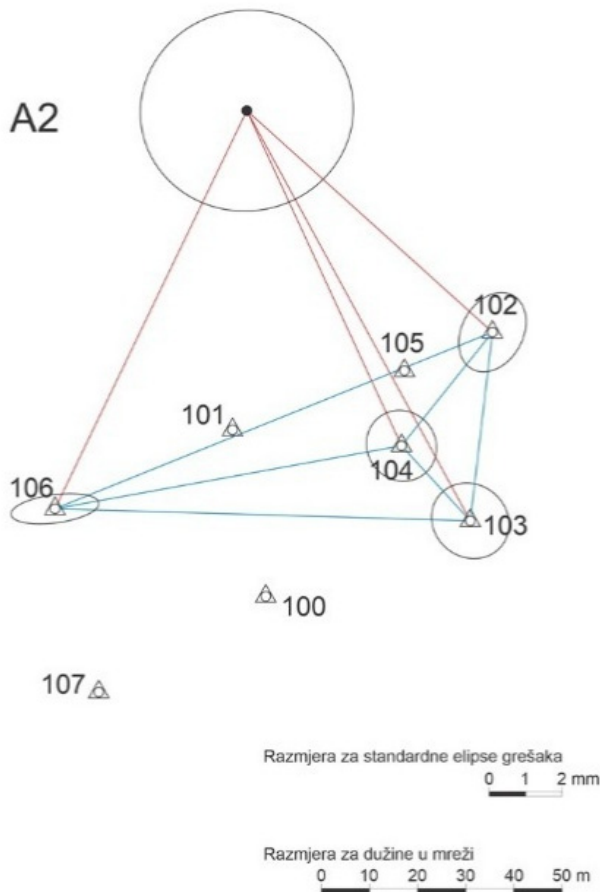
Izravnate koordinate tačaka		
Broj tačke	y (m)	x (m)
102	6602130,980	4699075,630
103	6602126,381	4699036,367
104	6602112,127	4699051,987
106	6602040,136	4699038,915



Tabela 9

*Parametri elipsi grešaka izravnatih koordinata tačaka odabrane alternative A2*

Elementi standardnih elipsi grešaka			
Broj tačke	$a$ (mm)	$b$ (mm)	$\theta$ (°)
102	3,36	1,43	28,54
103	2,35	1,86	6,61
104	1,97	1,91	170,29
106	1,61	0,70	85,02



Slika 4. Odabrana alternative geodetske mreže sa prikazom tačke objekta

## 5 ZAKLJUČAK

Istraživanje u ovom radu, bazirano na pristupu u optimizaciji geodetske mreže specijalne namjene, pokazalo je da iznalaženje rješenja za geodetsku mrežu, koja treba obezbijediti validne i korisne temeljne podatke za poslove inženjerske geodezije, nije uopšte lak geodetski zadatak. Ova konstatacija se ogleda u činjenici da se do optimalnog, tj. najboljeg rješenja dolazi kompromisnim rangiranjem više alternativa, koje, prije svega, dok su na nivou varijanti, da bi

postale konkurenti za višekriterijumsku optimizaciju, treba da ispune unaprijed postavljena ograničenja u domenu kriterijumskih funkcija, koja se tiču preciznosti i pouzdanosti, kao i da garantuju da se odnosnim mjerenjima koja podrazumijevaju "sigurno" mogu realizovati planirani geodetski poslovi. Naime, istraživanje je bilo bazirano na osam kriterijuma, tj. kriterijumskih funkcija, uz pet ograničenja. Kao metoda kojom je izvršeno kompromisno rangiranje više varijanti geodetske mreže, primijenjena je VIKOR metoda.

Tokom istraživanja se pokazalo da je VIKOR metoda efektan alat pri uspostavljanju geodetske mreže specijalne namjene u svrhu analize vertikalnosti objekta. Rezultati dobiveni nakon izravnjanja geodetske mreže su pokazatelj visokih performansi uspostavljene geodetske mreže specijalne namjene.

## LITERATURA

Ambrožič, T., Mulahusić, A., Tuno, N., Topoljak, J., Hajdar, A., Kogoj, D. (2019). Deformacijska analiza v geodetskih mrežah z robustnimi metodami. *Geodetski vestnik*, 63(2), 163-178. DOI: doi.org/10.15292/geodetski-vestnik.2019.02.163-178

Anđić, D. (2009). *Račun izravnjanja 3 – Kriterijumi kvaliteta geodetskih mreža* (Priručnik za studente). Podgorica: Univerzitet Crne Gore, Studijski program Geodezija

Anđić, D., Đurović, R. (2023). The Use of VIKOR Method in Finding the Optimal Solution for a Special-Purpose Geodetic Network Design. *Geodetski vestnik* 67(2), 196–212. DOI: doi.org/10.15292/geodetski-vestnik.2023.02.196-212

Barron, F., Barrett, B. (1996). Decision quality using ranked attribute weights. *Management Sciences*, 42(11), 1515–1523. DOI: doi.org/10.1287/mnsc.42.11.1515

Bączkiewicz, A., Wątróbski, J., Kizielewicz, B., Sałabun, W. (2021). Towards Objectification of Multi-Criteria Assessments: A Comparative Study on MCDA Methods. U *Proceedings of the 16th Conference on Computer Science and Intelligence Systems (FedCSIS)*. DOI: 10.15439/2021F61

Edwards, W. (1977). How to use multiattribute utility measurement for social decision making. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 7(5), 326–340. DOI: doi.org/10.1109/TSMC.1977.4309720

Kapetanović, N., Topoljak, J., Mulahusić, A., Selmani, R. (2015). Prilog ispitivanju mogućnosti korištenja instrumenata različitih tehničkih izvedbi pri uspostavljanju nivelmanskih mreža posebnih namjena u inženjerskoj geodeziji. *Geodetski glasnik*, 46, 7-18. DOI: doi.org/10.58817/2233-1786.2015.49.46.7

Opricović, S. (1986). *Višekriterijumska optimizacija*. Beograd: Naučna knjiga

Opricović, S. (1998). *Višekriterijumska optimizacija sistema u građevinarstvu*. Beograd: Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Paar, R. (2006). *Uspostava geodetske osnove za posebne namjene* (magistarski rad). Zagreb: Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu.

- Perović, G. (2005). *Metod najmanjih kvadrata (Monografija 1)*. Beograd: Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet
- Pramanik, P.K.D., Biswas, S., Pal, S., Marinković, D., Choudhury, P. (2021). A Comparative Analysis of Multi-Criteria Decision-Making Methods for Resource Selection in Mobile Crowd Computing. *Symmetry*, 13(9), 1713. DOI: doi.org/10.3390/sym13091713
- Pešto, N., Đideliija, M., (2018). Geodetski radovi pri izgradnji stuba vijadukta "Briješće". *Geodetski glasnik*, 49, 77-91. DOI: doi.org/10.58817/2233-1786.2018.52.49.77
- Saaty, T.L. (1980). *The Analytic Hierarchy Process*. New York: McGraw Hill
- Stillwell, W.G, Seaver, D.A., Edwards, W. (1981). A comparison of weight approximation techniques in multiattribute utility decision making. *Organizational Behavior and Human Performance*, 28(1), 62–77. DOI: doi.org/10.1016/0030-5073(81)90015-5
- Tuno, N., Mulahusić, A., Marjetič, A., Kogoj, D. (2010). Pregled razvoja elektronskih tahimetrom Leica Geosystems. *Geodetski vestnik*, 54(4), 643-660. DOI: dx.doi.org/10.1529210.15292/geodetski-vestnik.2010.04.643-66
- Tuno, N., Topoljak, J., Ademović, N., Mulahusić, A. (2018). A Simulation Analysis on the Expected Horizontal Accuracy of a Bridge Stakeout. *Tehnički vjesnik*, 25(1), 285-293. DOI: doi.org/10.17559/TV-20161115105536
- Tuno, N., Mulahusić, A., Topoljak, J. (2019). Influence of the Datum Definition on the Accuracy of Horizontal Geodetic Control Networks for Engineering Objects. *Journal of Civil Engineering and Construction*, 8(3), 99-106. DOI: doi.org/10.32732/jcec.2019.8.3.99
- von Winterfeldt, D., Edwards, W. (1986). *Decision Analysis and Behavioral Research*. Cambridge: Cambridge University Press
- Vrce, E. (2007). Kvalitet geodetske mreže. *Geodetski glasnik*, 39, 5-22.
- Vrce, E. (2011). Deformacijska analiza mikrotriangulacijske mreže. *Geodetski glasnik*, 40, 14-27. DOI: doi.org/10.58817/2233-1786.2011.45.40.14

---

### **Autori:**

**Tamara Kecojević, mr. dipl.inž. geod i geoinf. \***

81000 Podgorica, Crna Gora  
tamarakecojevic14@gmail.com

**Filip Mileski, mr. dipl. inž.geod.**

Elektra Solutions DOOEL,  
St. Dame Gruev 18, 1000 Skoplje, Republika Sjeverna Makedonija  
filip.mileski@yahoo.com

\*Corresponding author / autor za korespodenciju