

UDK 528.28: 528.37/.38
Pregledni rad

ANALIZA TAČNOSTI VISINA BOSANSKOHERCEGOVAČKE TRIGONOMETRIJSKE MREŽE POMOĆU GPS/EGM PODATAKA

ACCURACY ANALYSES OF B&H TRIGONOMETRIC NETWORK HEIGHTS BY
GPS/EGM DATA*Medžida Mulić, Eldin Donlagić, Dževad Krdžalić, Asim Bilajbegović*

SAŽETAK

Dostupnost savremenih globalnih geoidnih modela kao i 3D koordinata u globalnom koordinatnom referentnom sistemu omogućava anazu tačnosti ortometrijskih visina trigonometrijske mreže. Rad pokazuje preliminarne rezultate analize tačnosti visina trigonometrijske mreže u Bosni i Hercegovini, a na osnovu usporedbe visina izračunatih korištenjem GPS visina i EGM geoidnih modela. Preliminarni rezultati ukazuju na postojanje grubih pogrešaka u visinama trigonometrijskih tačaka BiH trigonometrijske mreže.

Ključne riječi: geoid, GPS visine, ortometrijske visine, normalne ortometrijske visine, EGM geoidni modeli, satelitske gravitacijske misije, GRACE, GOCE.

ABSTRACT

Analysis of the accuracy of the orthometric heights of the old trigonometric points are possible since the global accurate models of geoid as well as 3D coordinates in the global coordinate system became available. Preliminary results of the heights accuracy analyze in the old trigonometric network in the in Bosnia and Herzegovina are shown in this paper. The analyze has done by comparing the orthometric heights calculated using by GPS height and the modern global geoid models EGM, with the old official heights of trigonometric points. The results indicate the existence of blunders among the heights in the old trigonometric network of Bosnia and Herzegovina.

Keywords: geoid, GPS heights, orthometric heights, normal orthometric heights, EGM geoid model, satellite gravimetric mission, GRACE, GOCE.

1. UVOD

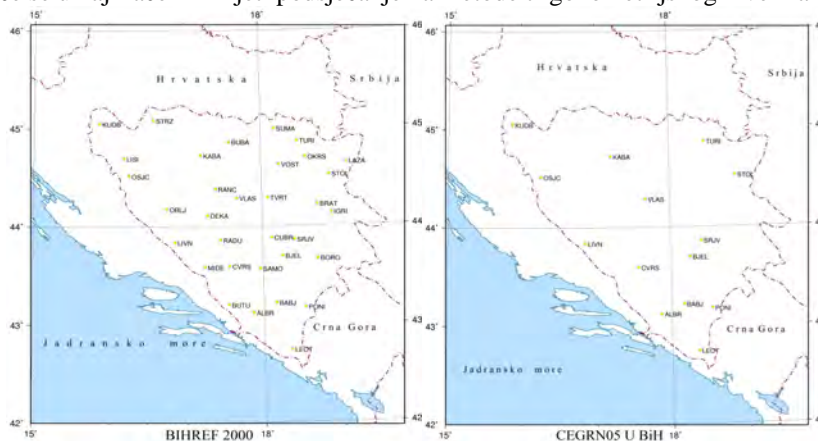
Rezultati obrade GPS kampanja provedenih u Bosni i Hercegovini (Mulić, 2012), kao što su EUREF (European Reference Frame) Balkan 98, BIHREF2000 (BiH Reference Frame) i CEGRN05 (Central European Geodynamical Reference Network) izražavaju položaje stare bosanskohercegovačke trigonometrijske mreže u globalnim geocentričkim referentnim okvirima kao što su ITRF (International Terrestrial Reference Frame) ili pak u referentnim okvirima koje publicira međunarodni GNSS servis - IGS (International GNSS Service). Rezultati su izraženi u geocentričnim koordinatama X, Y, Z, ali također i u obliku geodetske širine φ , geodetske dužine λ i elipsoidne visine h .

Koordinate bosanskohercegovačkih trigonometrijskih stanica su također transformirane u ETRS89 (European Terrestrial Reference System) ili u ETRF2000 (European Terrestrial Reference Frame).

Uz evropski terestrički referentni sistem ETRS89 po potrebi se pridružuje referentni elipsoid GRS80 (Geodetic Reference System), te se visine dobivene pomoću metode GPS (Global Positioning System) odnose na referentni elipsoid GRS80 (Moritz, 1992).

Dostupnost visina tačaka u odnosu na globalni referentni elipsoid daje mogućnost za računanje ortometrijskih visina trigonometrijskih tačaka na kojima su rađena GPS mjerenja, te uspoređivanje istih s visinama koje su određene klasičnim metodama: trigonometrijskim i geometrijskim (preciznim) nivelmanom. Ovdje se pojavljuje nekonzistentnost. Iz razlika elipsoidnih visina i undulacija geoida dobivaju se fizikalne visine tj. prave ortometrijske visine. Međutim, tačnost undulacija geoida je manja od razlika normalnih i pravih ortometrijskih visina. Slika 1 pokazuje raspored tačaka stare bosanskohercegovačke trigonometrijske mreže koje su bile uključene u GPS kampanje BIHREF2000 i CEGRN05 (Mulić, 2012), dok slika 3 ilustrira odnos relevantnih površina za definiranje i računanje visina tačaka: referentnog elipsoida, geoida, srednjeg nivoa mora i površine kopnenog dijela Zemlje, kojeg često nazivamo topografija.

U ovom radu pokazani su rezultati usporedbe visina tačaka po klasičnim metodama¹, koje su još uvijek u službenoj upotrebi, sa visinama izračunatim iz GPS visina i savremenih globalnih gravitacijskih modela. Razlike koje su se pojavile između ortometrijskih visina izračunatih iz GPS visina i primjenom parametara globalnog geoida, i službenih visina su značajne, te se ukazuje potreba da se kao uvod u razumijevanje rezultata usporedbe, daju osnovne teorijske naznake različitosti historijskog porijekla visina. U tom cilju će se ukratko navesti osnovne informacije o modernim gravitacijskim satelitskim misijama koje su omogućile računanje visina trigonometrijskih tačaka uz pomoć GPS elipsoidnih visina i undulacije globalnog geoida, a poslije će se u najkraćem iznijeti podsjećanje na metode trigonometrijskog nivelmana.

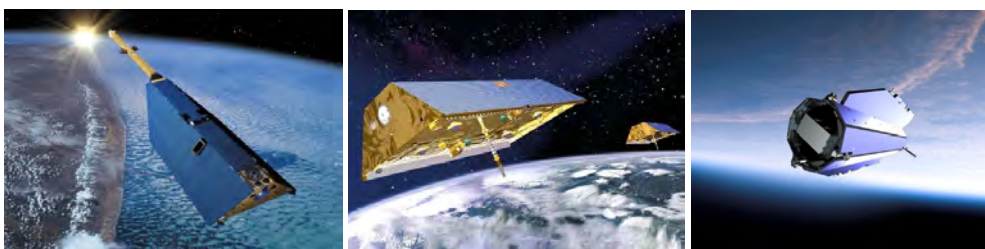


Slika 1: Raspored tačaka stare trigonometrijske mreže koje su bile uključene u GPS kampanje: BIHREF2000 i CEGRN05 (Mulić, 2012)

¹ Tradicionalne metode su vertikalni datum definirale tako da se opažao srednji nivo mora, iz opažanja mareografa, te se kao referentna vrijednost usvajala srednja vrijednost za period opažanja. Trigonometrijske visine su se povezivale za trigonometrijske tačke u nizini, a koje su dobivale ortometrijske visine iz preciznog nivelmana. Kao referentna vrijednost usvajala srednja vrijednost za period opažanja. Trigonometrijske visine su se povezivale za trigonometrijske tačke u nizini, a koje su dobivale ortometrijske visine iz preciznog nivelmana.

2. GRAVITACIJSKE SATELITSKE MISIJE

Spoznaje koje se postižu korištenjem baza podataka, koje su kompilirane uglavnom zahvaljujući postignućima savremenih satelitskih gravitacijskih misija kao što su CHAMP (Challenging Minisatellite Payload), GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) i GOCE (Gravity field and steady-state and Ocean Circulation Explorer), mogu se zasigurno svrstati u savremena i revolucionarna dostignuća na polju geodezije. Ove tri satelitske misije definiraju nove standarde modeliranja globalnih geopotencijalnih modela (Mayer-Gürr, 2005; 2010; Pail, i dr., 2010a, 2010b, 2011). Satelit misije CHAMP kružio je u niskoj orbiti oko Zemlje (na visini oko 470 km) sa glavnim zadatkom da mjeri gravitacijsko i magnetno polje Zemlje ali i da istražuje jonosferu. Slika 2 lijevo pokazuje ovaj satelite u orbiti. CHAMP misija počela je lansiranjem u 2000. godini, a završena je 2010.



Slika 2: Satelitske misije CHAMP, GRACE i GOCE (URL 1): sateliti u niskim orbitama sa zadatkom da mjere gravitacijsko i magnetno polje Zemlje i prikupljaju podatke za istraživanje atmosfere i okeana

Gravitacijsko polje Zemlje² promjenljivo je u prostoru i vremenu, te je kontinuirano opažanje pomoću satelita u niskim orbitama, u kombinaciji s terestričkim podacima mjerenja i mjerenja pomoću aviona praksa koja već daje izvanredne rezultate. Osim kombiniranih gravitacijskih modela razvijeni su brojni modeli koji se zasnivaju samo na satelitskim podacima.

GRACE satelitska misija, koju čine dva satelita blizanca, lansirani 17. marta 2002. godine, koji lete na visini od 500 km iznad Zemlje, na međusobnom rastojanju od $220 \text{ km} \pm 50 \text{ km}$. Satelit ove misije pokazan je na slici 2 u sredini. Osnovni zadatak misije je da odredi „kartu“ varijacija Zemljinog gravitacijskog polja (prostornih i temporalnih), za svakih 30 dana dok traje misija. Planirani period trajanja misije bio je 5 godina. Međutim, sateliti se još nalaze u orbiti i stalno se opažaju, te se predviđa da će biti u orbiti do 2014. godine (URL 2).

Mjerenja koja se prikupljaju mogla bi se razvrstati kao što slijedi:

- konzistentne promjene udaljenosti između satelita A i B,
- mjerenja napravljena akcelorometrom,
- GPS mjerenja, prikupljena pomoću tri antene, potrebna za određivanje orbite,
- mjerenja visina pomoću instrumenta i senzora na donjoj plohi satelita,
- mjerenja napravljena zvjezdanom kamerom,

² Ukupna masa Zemlje iznosi oko 10^{21} tona, ali ona kao što je poznato nije ravnomjerno raspoređena. To uvjetuje da je gravitacijsko polje neujednačeno i varijabilno u prostoru, ali je i vremenski promjenljivo.

- mjerenja do laserskih retro reflektora na satelitu, koja služe za određivanje dužina od kontrolnih stanica na Zemlji, odnosno određivanja koordinata satelita.
- mjerenja raznim sensorima kao što su žiroskop, magnetometer, itd. (URL 3).

GOCE misija³ (URL 4) ima samo jedan satelit u obliku osmougaone prizme, dužine oko 5 m, oko 1 m u dijametru, sa svim fiksiranim dijelovima. Satelit je lansiran 17. marta 2009. godine, a izgleda kao na slici 2 desno. Leti u niskoj orbiti, oko 250 km, kreće se brzinom od oko 28 000 km/sat. Najvažniji senzor ugrađen u satelit je gravitacijski gradiometer, koji može direktno mjeriti varijacije gravitacijskog polja⁴ s visokom tačnošću. Ovo omogućuje razvoj globalnih modela Zemljinog gravitacijskog polja i određivanje plohe geoida.

Ciljevi misije definirani su kao što slijedi:

- bolje razumijevanje fizike Zemljine unutrašnjosti, te tako i mogući uvid u geodinamiku litosfere, u sastav omotača i rheologiju⁵.
- bolje razumijevanje okeanskih struja i prenos toplote,
- definiranje globalnog referentnog sistema za visine, koji će poslužiti za istraživanje procesa na površini Zemlje i promjena nivoa mora,
- bolje procjenjivanje debljine ledenih santi i njihovih kretanja.

Evropska svemirska agencija ESA je u martu 2011. godine objavila da je za dvije godine postojanja, GOCE misija prikupila dovoljno podataka opažanja za određivanje geoida sa do sada neostvarenom tačnošću. Misija se nastavila i nakon planiranih dvije godine trajanja.

Kao što je naprijed rečeno, zahvaljujući ovim satelitskim misijama razvijeni su napredni geoidni modeli za transformaciju visina između elipsoidnih koordinatnih referentnih okvira i sistema fizikalnih visina koje se odnose na srednje plohe vodenih površina. Globalni gravitacijski modeli, EGM (Earth Gravity Model), a posebno posljednji publiciran, EGM2008 (Pavlis, i dr., 2008), kao i njegov prethodnik EGM96 (Lemoine, i dr., 1998) značajno doprinose približavanju onome što je geodetska zajednica ambiciozno zacrtala kao svoj cilj. Među takvim ambicioznim znanstvenim stremljenjima⁶ je svakako mogućnost da se visine geodetskih tačaka određuju metodama satelitskog pozicioniranja, s centimetarskom tačnošću⁷, a po formuli (1):

$$H_{ortom} = h_{GPS} - N_{EGM} \quad (1)$$

gdje je:

³ Predračun koštanja misije iznosi oko 350 miliona eura, (Schiermeier, 2010).

⁴ Varijacije predstavljaju u matematičkom smislu druge izvode funkcije gravitacijskog polja. Ova činjenica pojednostavljuje izjednačenje jer se ne moraju linearizirati jednačine opažanja, (Pail, i dr., 2011a, 2011b).

⁵ Rheologija (eng. Rheology) je znanstvena disciplina koja proučava protok „neobičnih“ materija (rastopljene plastika, pjene, majoneze). Primjenjuje se u geofizici i geodinamici za proučavanje procesa i deformacija u Zemljinoj unutrašnjosti.

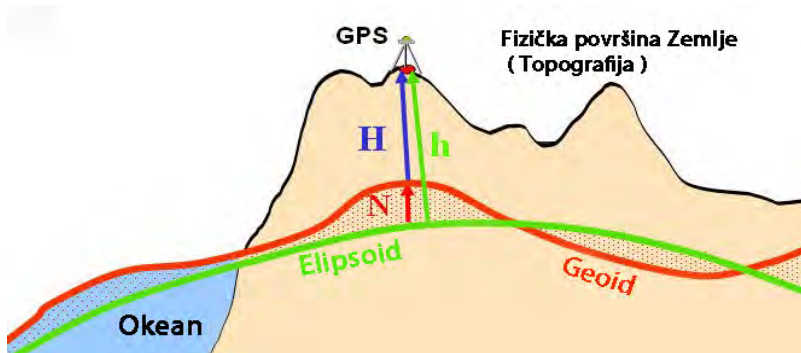
⁶ Jedan od savremenih stremljenja u poboljšanju tačnosti pozicioniranja idu ka popravljanju tačnosti orbita, što će svakako rezultirati poboljšanom tačnošću budućih globalnih terestričkih referentnih okvira. Zacrtani cilj postizanja centimetarske ili sub-centimetarske tačnosti GNSS orbita, očekuje se primjenom novih gravitacijskih modela, poboljšanih podacima misije GRACE i GOCE (Arsov, 2011), kao i budućim popravljanjem modela pogrešaka: zbog drakonske godine i jonosferske refrakcije itd.

⁷ Danas se uz pažljivo odabranu strategiju obrade GNSS mjerenja može dobiti centimetarska tačnost položaja opažanih stanica. Međutim, poznato je da se GNSS visine odnose na elipsoid GRS80. Dakle, neophodno je raspolagati globalnim geoidom koji je određen s centimetarskom tačnošću, da bi ortometrijske visine mogle biti određene s istom tačnošću.

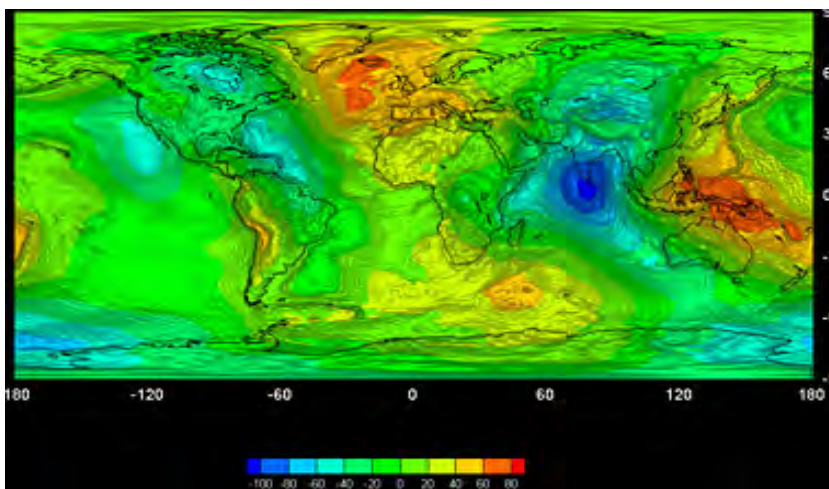
H_{ortom} prava ortometrijska visina tačke (iznad geoida),

h_{GPS} visina tačke dobivena GPS metodom (iznad elipsoida GRS80),

N_{EGM} undulacija prema EGM modelu (razdvajanje geoida⁸ i elipsoida).



Slika 3: Odnos geoida i elipsoida za posmatranu GPS stanicu na površini Zemlje



Slika 4: Preliminarni GOCE model geoida izračunat iz podataka prikupljenih za samo dva mjeseca ove misije (URL 8)

⁸ Pojam geoid prvi je uveo njemački matematičar i geodeta Carl Friedrich Gauss, 1828 godine. Globalni geoid (Ekman, 1995; URL 5) je ekvipotencijalna površina Zemljinog gravitacijskog polja, koja je usko povezana sa srednjim nivoom (površinom) svjetskog okeana. Ova veza geoida i srednjeg nivoa svjetskog okeana može se odrediti kao što je to opisao (Rapp, 1995), a moglo bi se u najkraćem izraziti uvjetom da je srednja razlika između geoida i srednjeg nivoa okean jednaka nuli. Odstupanje između srednje površine okeana i geoida naziva se srednjom dinamičkom topografijom okeana DOT (Dynamic Ocean Topography). Standardna devijacija za DOT je 62 cm za model EGM96 (URL 6). Undulacija geoida je odvajanje između geoida i referentnog elipsoida, čija površina je definirana kao ekvipotencijalna. Elipsoid je definiran pomoću četiri veličine: a (radijus ekvatora), f (inverzna spljoštenost), ω (uglovna brzina), i GM (geocentrična gravitacijska konstanta). Numeričke vrijednosti se mogu naći npr. na (URL 7). Alternativno se npr. može uzeti zonalni harmonik drugog stepena J_2 , kao primarna veličina za definiranje geodetskog referentnog sistema 1980 kao što je urađeno u (Moritz, 1992).

2.1 Određivanje undulacije geoida

Jedan od načina za određivanje undulacija geoida, koji služi kao referentna ploha za ortometrijske visine, zahtijeva mjerenje gravitacije ili ubrzanja sile teže na površini Zemlje ili pak u njenom okruženju. Jedan od savremenih pristupa za mjerenje gravitacije su specijalne satelitske gravitacijske misije, naprijed opisane. Gravitacijsko polje, matematički predstavljeno pomoću funkcije gravitacijskog polja, obično je izražena kao funkcija sfernih harmonika. Tako se izraz za undulaciju geoida N može napisati kao formula (2). (Leick, 2004, str. 37 ili Lemoine, i dr., 1998, str. 5-11):

$$N = \frac{GM}{\gamma \cdot r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (2)$$

gdje su:

N geoidna undulacija,

φ, λ geodetska širina i dužina,

\bar{C}_{nm} i \bar{S}_{nm} normalizirani koeficijenti sfernih harmonika stepena n i reda m ,

\bar{C}_{nm} u formuli (2) označava razliku između sfernih harmonika geopotencijala i harmonika normalnog gravitacijskog polja,

r geocentrična udaljenost stanice,

GM proizvod gravitacijske konstante i mase Zemlje

γ normalna gravitacija odnosno normalno ubrzanje sile teže,

a velika poluos referentnog elipsoida.

Više detalja o ovoj materiji može se naći u (Heiskanen i Moritz, 1967; Vaniček i Krakiwsky, 1982, str. 455-576). Cilj ovog poglavlja nije ulaziti u teorijska razmatranja i široke diskusije ovog problema, ali je potrebno ukratko predstaviti porijeklo spomenutih globalnih gravitacijskih modela.

2.2. Savremeni globalni gravitacijski modeli

Globalni gravitacijski modeli dobivaju se razvojem u red sfernih funkcija potencijala sile Zemljine teže u zonalne, teseralne i sektorske sferne harmonike. Omogućavaju računanje elemenata polja ubrzanja sile teže za bilo koju tačku na površini Zemlje ili u njenom okruženju. Kvalitet ovih modela je danas glavni ograničavajući faktor za računanje ortometrijskih visina tačaka čiji položaji se određuju metodama globalnih navigacijskih satelitskih sistema-GNSS (Global Navigation Satellite System).

Prije implementiranja satelitskih gravitacijskih misija, te mogućnosti kombinacija njihovih rezultata s terestričkim gravitacijskim podacima, globalni gravitacijski modeli su se razvijali do reda i stupnja 72, te su zato prvi modeli bili dosta zaglađeni.

Jedno od ranijih ostvarenja globalnog gravitacijskog modela bila je serija pod imenom JGM-1, JGM-2 i JGM-3 (Joint Earth Gravity Model) (URL 9). Ovi modeli su primjenjivani za računanje orbita GPS satelita. JGM-3 (Tapley, i dr., 1996) je poboljšanje prethodnog modela JGM-2 (Nerem, i dr., 1994). Poboljšanja su postignuta korištenjem mjerenja primjenom satelitskih tehnika SLR, DORIS i GPS, te satelitskim altimetrijskim misijama TOPEX/Poseidon. Laserska mjerenja dužina su rađena do satelita LAGEOS 1, LAGEOS 2 i Stella. Korištena su opažanja sistemom DORIS na satelitu SPOT 2. Model je sačinjen od sfernih harmonika stepena i reda 72.

Globalni model EGM96 (Lemoine, i dr., 1998) predstavlja značajno poboljšanje u odnosu na ranije spomenuti globalni geopotencijalni model. Ipak značajno je naglasiti da je ovaj model razvijen prije nego su bili dostupni podaci s gravimetrijskih satelitskih misija CHAMP, GRACE i GOCE. Sferni harmonici su stepena i reda 360. Globalna tačnost ovog modela kreće se između 0,5 m do 1 m. Poboljšanja su postignuta korištenjem dostupnih satelitskih mjerenja kao i terestričkih podataka.

Posljednji objavljeni globalni geopotencijalni model je EGM2008, (Pavlis, i dr., 2008), koji baštini doprinos gravitacijskih satelitske misije GRACE. Tačnost geopotencijalnog modela je drastično povećana, i omogućava do sada nedostižne mogućnosti računanja undulacije globalnog geoida, otklone težišnice, dinamičke okeanske topografije, itd.

Ispitivanje tačnosti određivanja undulacija pomoću EGM2008 modelu, prema (Pavlis, i dr., 2008) navode postignute tačnosti od 18,3 cm za kopno, za okean 6,1 cm, a globalno tačnost modela je 11,1 cm. Model sadrži sferne harmonike do stepena i reda 2.159, ali sadrži dodatne koeficijente sfernih harmonika koji dosežu do stepena 2.190 i reda 2.159. Model je besplatno dostupan za korištenje i objavljen je 2009. godine. Rade se mnoge studije u cilju potvrđivanja rezultata EGM2008 modela na osnovu terestričkih podataka (Ihde, i dr., 2010; Hirt, 2010; Hirt, i dr., 2010a, 2010b).

Satelitska gravitacijska misija GOCE potvrđuje rezultate modela EGM2008, ali je zadnja gravitacijska satelitska misija omogućila i dalja značajna poboljšanja gravitacijskih modela (URL 10), izvedena na osnovu dostupnih opažanja, (Bruinsma, i dr. 2010; Pail, i dr., 2010a, 2010b, 2011a). Očekuje se da će podaci koji još nisu obrađeni ili još nisu prikupljeni dati dalja poboljšanja i konačno rezultirati modelima koji će u kombinaciji s terestričkim podacima osigurati preduvjete za određivanje globalnog geoida centimetarske tačnosti.

3. ODREĐIVANJE VISINA TRIGONOMETRIJSKIM NIVELMANOM

Visine tačaka stare trigonometrijske BiH mreže određivane su metodom trigonometrijskog nivelmana.

Za određivanje visinske razlike trigonometrijskim nivelmanom potrebno je poznavati:

- zenitnu daljinu ili vertikalni ugao ka opažanim stanicama,
- visinu instrumenta⁹,
- visinu signala na ciljnoj tački,
- udaljenost između trigonometrijskih tačaka.

⁹ Visinu-vertikalnu udaljenost, između biljege trigonometrijske tačke do obrtne ose teodolita.

Teorijski, visinska razlika između dvije trigonometrijske tačke dobije se po formuli (3) (Vaniček, i Krakiwsky, 1982 str. 364):

$$\Delta h = S \left(1 + \frac{h_m}{R} + \frac{S^2}{12R^2} \right) \tan \left(\frac{Z'_{ji} - Z'_{ij}}{2} \right) \quad (3)$$

gdje su:

Δh visinska razlika između trigonometrijskih tačaka P_i i P_j .

S dužina između trigonometrijskih tačaka projektirana na referentni elipsoid. Često se za dužine kraće od 10 km elipsoid aproksimirao kuglom radijusa R .

h_m srednja visina trigonometrijskih tačaka,

Z'_{ij} mjerena zenitna udaljenost na tačke P_i ka tački P_j , koja sadrži otklon težišnice na stanici.

Tačnost ovako određenih visina ovisi od:

1. tačnosti mjerenih vertikalnih uglova, odnosno zenitnih daljina,
 - tačnosti instrumentarija, tj. teodolita,
 - tačnosti određivanja otklona težišnica,
 - tačnosti modela atmosfere koji je služio za redukciju mjerenja,
 - tačnosti računanja refrakcije,
2. tačnosti mjerenja visine instrumenta i signala,
3. tačnosti koordinata trigonometrijskih tačaka, jer su iste služile za računanje dužine između tačaka,
4. tačnosti i načina definiranja vertikalnog datuma.

4. USPOREDBA SLUŽBENIH VISINA STARE TRIGONOMETRIJSKE BIH MREŽE SA GPS/EGM VISINAMA

Ortometrijske visine BiH GPS stanica iz dosadašnjih kampanja izračunate su u (Mulić, 2012), a uz korištenje dva globalna geopotencijalna modela EGM96 i EGM2008, uz korištenje softvera Trimble Business Center. U analizu su uključene i trigonometrijske tačke iz kampanje BIHREF 98/EUREF98 za koje su podaci bili dostupni. Dodate stanice su naznačene kao bold. Rezultirajuće visine uspoređene su s visinama trigonometrijskih tačaka koje su u službenoj upotrebi.

Rezultati usporedbe pokazani su u tablici 1. Zanimljivo je spomenuti da su visine GPS stanice označene u boji, određene preciznim nivelmanom. Radi se o dvije tačke: prva tačka pripadala je staroj trigonometrijskoj mreži drugog popunjavajućeg reda u Livnu, koja je bila kraj bazisne mreže u Livanjskom polju, u mjestu zvanom Plovuća, i druga je trigonometrijska tačka četvrtog reda u blizini olimpijskog stadiona Koševo, koja je ustanovljena u okviru diplomskog rada na Odsjeku za Geodeziju Građevinskog fakulteta, a bila je uključena u više GPS kampanja, kao npr. EUREF98.

Uočljivo je da su razlike ovih stanica za različite globalne geopotencijalne modele značajno različite. Razlika visine iz preciznog nivelmana stanice LIVN za model GPS/EGM2008 je

0,7816 m, dok je za model GPS/EGM96 ta razlika jednaka 1,2868 metara. Dakle, nivelane visine u usporedbi s ova dva globalna modela različite su za stanicu u Livnu za 0,5052 metra. Ortometrijska visina GPS stanice SARA, (stub trigonometrijske tačke četvrtog reda kod stadiona Koševo u Sarajevu), razlikuje se od globalnog modela GPS/EGM2008 za 0,7175 m, a od GPS/EGM96 za 0,7664. Razlika ova dva modela je dakle oko 5 cm, što je prilično dobro podudaranje.

Kako je ranije rečeno tačnost modela EGM96 je između 0,5 i 1 metra, dok je globalna tačnost EGM2008 modela bolja i iznosi oko 15 cm globalno, dok je za Evropu ta tačnost deklarirana oko 8 cm (Pavlis i dr., 2008). Ova tačnost se odnosi na evropske zemlje koje su dale svoja gravimetrijska mjerenja i karte anomalija ubrzanja sile teže. Moglo bi se smatrati da je tačnost modela vjerovatno oko 10-15 cm za područje Bosne i Hercegovine, te se svakako više povjerenja daje visinama GPS/EGM2008. Međutim razlike između službenih "normalnih ortometrijskih" visina trigonometrijskih tačaka koje su bile predmet ovog istraživanja i pravih ortometrijskih visina izračunatih iz elipsoidnih visina i undulacija iz modela EGM2008, a po formuli (6-9), kreću se između -1,17 m za stanicu Šumatica, pa do +1,88 m za stanicu Midena. Najmanje razlike visina su za stanice Ranča i Stražište i iznose + 0,12 m. Srednje odstupanje visina (median) iznosi 0,59 m. Standardno odstupanje razlika visina ortometrijskih službenih i GPS/EGM2008 je 0,57 m, dok je standardno odstupanje razlika ortometrijskih službenih i GPS/EGM96 visina 0,61 m.

Kako se u tablici 1 vidi, razlike između visina izračunatih pomoću dva globalna modela GPS/EGM2008 i GPS/EGM96 su značajne. Standardno odstupanje razlika između dva globalna modela za razmatrane stanice u BiH je 0,29 m.

Može se zaključiti da postoji trend razlika visina i on pokazuje da je vertikalni datum BiH ispod nivoa modela EGM2008. Ova razlika se ne može smatrati kao slučajna promjenljiva. Ovo se vjerovatno može objasniti uglavnom kao posljedica različite definicije vertikalnog datuma Bosne i Hercegovine, čija je vertikalna mreža oslonjena na mareograf u Trstu, od definicije globalnog geoidnog modela. Ovdje ipak najviše dolazi do izražaja velika razlika, više od 0,5 metara u srednjem nivou mora ova dva različito definirana vertikalna datuma. Pored ovog sistematskog utjecaja postoje i sistematski utjecaji kratkog perioda opažanja mareografa u Trstu od samo jedne godine. U odnosu na mareograf u Amsterdamu, na koju je povezana jedinstvena Evropska nivelmanska mreža, BiH nivelmanska mreža ima također sistematske razlike, koje se kreću od 33 do 38 cm.

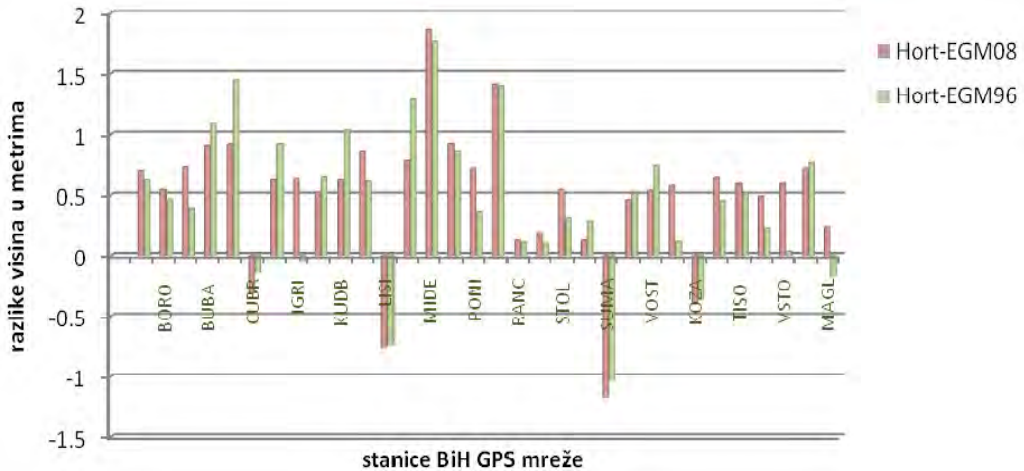
Međutim, sigurno je da u mreži trigonometrijskog nivelmana u Bosni i Hercegovini postoje sistematske i slučajne, a vjerovatno i grube pogreške. Sistematske pogreške su se javljale iz više razloga:

- Prvo jer su se dužine između trigonometrijskih tačaka računale iz koordinata (prije ere elektrooptičkih daljinomjera), a koordinate su računane u odnosu na Beselov referentni elipsoid, koji je relativno orijentiran.
- Drugi izvor sistematskih pogrešaka pri trigonometrijskom nivelmanu javljao se pri mjerenju zenitnih udaljenosti, tj. zbog refrakcije koja je imala velik utjecaj za vizure u slučaju velikih zenitnih udaljenosti, što je bio skoro redovan slučaj kod trigonometrijskog određivanja visina trigonometrijskih tačaka i zanemarivanja otklona vertikalne.

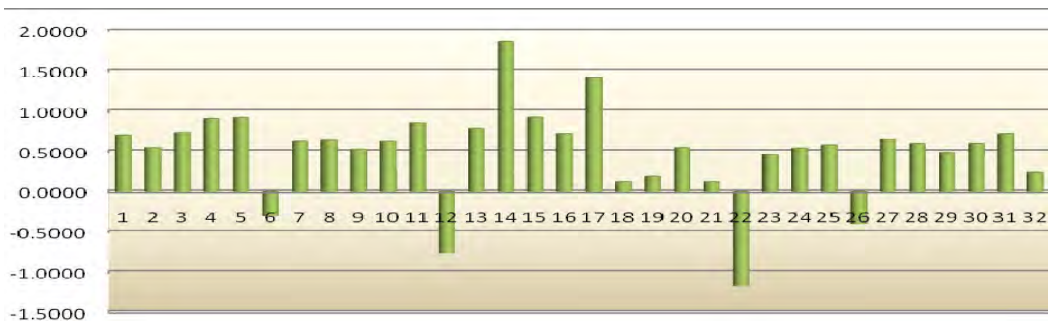
Slučajne pogreške su obično male po intenzitetu i imaju osobinu da njihov zbir teži nuli, i o njima se ovdje neće govoriti. Problem je se javlja zbog prisustva grubih pogrešaka, koje su očigledno prisutne u vertikalnoj BIH trigonometrijskoj mreži.

Stanica ID	H _{ort} -EGM08 (m)	H _{ort} -EGM96 (m)	razlike (m)
BABJ	0.7003	0.6253	-0.0750
BORO	0.5434	0.4623	-0.0811
BRAT	0.7307	0.3842	-0.3465
BUBA	0.9094	1.0947	0.1853
BUTU	0.9204	1.4468	0.5264
CUBR	-0.3069	-0.1398	0.1671
DEKA	0.6233	0.9226	0.2993
IGRI	0.6378	-0.0481	-0.6859
KABA	0.5232	0.6510	0.1278
KUDB	0.6206	1.0325	0.4119
LAZA	0.8554	0.6101	-0.2453
LISI	-0.7662	-0.7410	0.0252
LIVN	0.7816	1.2868	0.5052
MIDE	1.8666	1.7646	-0.1020
OBLJ	0.9241	0.8552	-0.0689
PONI	0.7186	0.3553	-0.3633
RADU	1.4133	1.4002	-0.0131
RANC	0.1232	0.1076	-0.0156
SAMO	0.1889	0.1001	-0.0888
STOL	0.5440	0.3053	-0.2387
STRZ	0.1233	0.2795	0.1562
SUMA	-1.1710	-1.0333	0.1377
TVRT	0.4599	0.5122	0.0523
VOST	0.5365	0.7428	0.2063
BJEL	0.5755	0.1110	-0.4645
KOZA	-0.4017	-0.3661	0.0356
OSJC	0.6472	0.4537	-0.1935
TISO	0.5933	0.5148	-0.0785
VLAS	0.4873	0.2246	-0.2627
VSTO	0.5947	0.0351	-0.5596
SARA	0.7175	0.7664	0.0489
MAGL	0.2370	-0.1734	-0.4104
Standardno odstupanje razlika visina:	0.5688	0.6134	0.2888

Tabela 1: Razlike ortometrijskih visina trigonometrijskih tačaka u Bosni i Hercegovini u usporedbi s ortometrijskim visinama izračunatim iz GPS elipsoidnih visina i globalnih gravitacijskih modela EGM96 i EGM2008.



Slika 5: Grafička interpretacija razlika između službenih visina i izračunatih iz GPS visina i modela globalnih modela geoida uz korištenje EGM96 i EGM2008



Slika 6: Grafička interpretacija razlika između službenih visina i visina izračunatih iz GPS i modela globalnih modela geoida uz korištenje EGM2008 (Mulić, 2012)

Zahtijevana tačnost određivanja trigonometrijskih visina bila je $10 \text{ cm} \pm 2\sigma$. Razlike oficijelnih trigonometrijskih (i nivelmanskih) visina koje imaju dijapazon oko tri metra (razlike su od $-1,17 \text{ m}$ do $+1,88 \text{ m}$) u odnosu na GPS/EGM2008 visine, jasno ukazuju na postojanje osim sistematskih i vjerojatno grubih pogrešaka. Pogrešno izmjerene visine instrumenta i signala su vjerojatno grube greške koje postoje unutar mreže. Ponovljeni pregled rezultata mjerenja te ponovljena računanja visina tačaka vjerojatno bi dala odgovor na ovo pitanje.

5. ZAKLJUČAK

Rezultati istraživanja tačnosti visina stare trigonometrijske mreže u Bosni i Hercegovini indiciraju da se službeni vertikalni datum Bosne i Hercegovine nalazi oko 0,7 m ispod globalnog modela visina kako ga određuje EGM2008. Potrebno je nastaviti istraživanje na način da se sve visine transformiraju na isti vertikalni datum, te potom napraviti dalje analize tačnosti i otkrivanje grubih pogrešaka.

LITERATURA

Arsov, K., (2011): On Earth's Gravity Field recovery from Satellite Orbit Perturbations. Geophysical Research Abstracts, Vol. 13, EGU2011-2151-1, 2011, EGU General Assembly in Vienna, 2011.

Bruinsma S.L., Marty J.C., Balmino G., Biancale R., Foerste C., Abrikosov O. and Neumayer H, (2010): GOCE Gravity Field Recovery by Means of the Direct Numerical Method presented at the ESA Living Planet Symposium, 27th June - 2nd July 2010, Bergen, Norway.

Ekman, M., (1995): What Is the Geoid? in Coordinate Systems, GPS, and the Geoid, M. Vermeer (ed.), Reports of the Finnish Geodetic Institute, 95:4, p. 49–51.

Heiskanen, W., and H. Moritz, (1967): Physical Geodesy, W.H. Freeman and Co., San Francisco, 1967.

Hirt, C., (2010): Prediction of vertical deflections from high-degree spherical harmonic synthesis and residual terrain model data. J Geod 84(3):179–190. doi:10.1007/s00190-009-0354-x

Hirt, C., Featherstone, W.E., Marti, U., (2010b): Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasigeoid computations in mountainous areas devoid of gravity data. Journal of Geodesy, N. 84(9):557–567. doi:10.1007/s00190-010-0395-1

Hirt, C., Marti, U., Bürki, B., Featherstone, W.E., (2010a): Assessment of EGM2008 in Europe using accurate astrogeodetic vertical deflections and omission error estimates from SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data. J Geophys Res Solid Earth 115:B10404. doi:10.1029/2009JB007057

Ihde, J., Wilmes, H., Müller, J., Denker, H., Voigt, C., Hosse, M., (2010): Validation of satellite gravity field models by regional terrestrial data sets. In: System Earth via geodetic-geophysical space techniques advanced technologies in Earth sciences, Part 3.

Leick, A., (2004): GPS Satellite Surviving, 3rd ed. John Wiley&Sans, inc. New York.

Lemoine, F. G., S. C. Kenyon, J. K. Factor, R.G. Trimmer, N. K. Pavlis, D. S. Chinn, C. M. Cox, S. M. Klosko, S. B. Luthcke, M. H. Torrence, Y. M. Wang, R. G. Williamson, E. C. Pavlis, R. H. Rapp and T. R. Olson, (1998): The Development of the Joint NASA GSFC and NIMA Geopotential Model EGM96, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, 20771 USA, July 1998. URL11.

Mayer-Gürr, T., Ilk, K.H., Eicker, A., Feuchtinger, M., (2005): ITG-CHAMP01: A CHAMP Gravity Field Model from Short Kinematical Arcs of a One-Year Observation Period, *Journal of Geodesy* (2005) 78: 462 - 480, Springer-Verlag

Mayer-Guerr, T., Kurtenbach, E., and Eicker, A., (2010): The Satellite-only Gravity Field Model ITG-Grace2010s, URL 12.

Medžida, M., (2012): Istraživanje uticaja ITRF realizacija na koordinate, njihovu tačnost i određivanje vektora brzina GPS tačaka na području BIH, Građevinski fakultet Sarajevo, doktorska disertacija.

Moritz, H., (1992): Geodetic Reference System 1980, *Bulletin Geodesique*, 66(2), 187–192.

Nerem, R.S., F.J. Lerch, J.A. Marshall, E.C. Pavlis, B.H. Putney, B.D. Tapley, R.J. Eanes, J.C. Ries, B.E. Schutz, C.K. Shum, M.M. Watkins, S.M. Klosko, J.C. Chan, S.B. Luthcke, G.B. Patel, N.K. Pavlis, R.G. Williamson, R.H. Rapp, R. Biancle, and F. Noule, (1994): Gravity Model Development for TOPEX/Poseidon: Joint Gravity Models 1 and 2, *J. Geophys. Res.*, 24421—24447, 1994.

Pail, R., Goiginger, H., Mayrhofer, R., H., Schuh, W.-D., Brockmann, J.M., Krasbutter, I., Höck, E., Fecher, T., (2010b): Global gravity field model derived from orbit and gradiometry data applying the time-wise method. Presented at the ESA Living Planet Symposium 2010, Bergen, June 27–July 2, Bergen, Norway.

Pail, R., Goiginger, H., Schuh, W.D., Höck, E., Brockmann, J. M., Fecher, T., Gruber, T., Mayer-Gürr, T., Kusche, J., Jäggi, A., Rieser, D., (2010a): Combined satellite gravity field model GOCO01S derived from GOCE and GRACE. *Geophysical Research Letters* N. 37:L20314. doi:10.1029/2010GL044906

Pail, R., Bruinsma, S., Migliaccio, F., Förste, C., Goiginger, H. Schuh, W.-D., Höck, E., Reguzzoni, M., Brockmann, J.M., Abrikosov, O., Veicherts, M., Fecher, T., Mayrhofer, R., Krasbutter, I., Sansò, F., Tscherning, C.C., (2011): First GOCE gravity field models derived by three different approaches. *Journal of Geodesy*, V. 85, pp. 819–843. DOI 10.1007/s00190-011-0467-x.

Pail, R., T. Fecher, A. Jäggi, H. Goiginger, (2011a): Can GOCE help to improve temporal gravity field estimates? In *Proceedings of the 4th International GOCE User Workshop*, Munich, Germany, March 31 - April 01, 2011, ESA Publication SP-696.

Pail, R., H. Goiginger, W.-D. Schuh, E. Höck, J.M. Brockmann, T. Fecher, T. Mayer-Gürr, J. Kusche, A. Jäggi, L. Prange, D. Rieser, W. Hausleitner, A. Maier, S. Krauss, O. Baur, I. Krasbutter, T. Gruber, (2011b): Combination of GOCE data with complementary gravity field information. In *Proceedings of the 4th International GOCE User Workshop*, Munich, Germany, March 31 - April 01, 2011, ESA Publication SP-696.

Pavlis, N.K., Holmes, S.A., Kenyon, S.C., Factor, J.K., (2008): An Earth gravitational model to degree 2160: EGM2008. Presented at the 2008 General Assembly of the European Geoscience Union, Vienna, Austria, April, 13–18, 2008.

Rapp, R.H., (1995): Equatorial Radius Estimates From TOPEX Altimeter Data, *Festschrift Erwin Groten*, Institute of Geodesy and Navigation, University FAF, Munich, 1995.

Schiermeier, Q., (2010): Weighting The World, *Natura*, URL 13

Tapley, B.D., M.M Watkins, J.C. Ries, G.W. Davis, R.J. Eanes, S.R. Poole, H.J. Rim, B.E. Schutz, C.K. Shum, R.S. Nerem, F.J. Lerch, J.A. Marshall, S.M. Klosko, N.K. Pavlis, and R.G. Williamson, (1996): The Joint Gravity Model 3, *Journal of Geophysical Research*, 101 (B12), 28029—28049, 1996.

Vaniček, P., Krakiwsky, E., (1982): *Geodesy, The concepts*, North-Holland Publishing Company-Amsterdam-New York-Oxford.

[URL 1]: GOCE satelitska gravitacijska misija

http://ilrs.gsfc.nasa.gov/satellite_missions/list_of_satellites/goce_general.html
(9.04.2012.)

[URL 2]: GRACE satelitska misija

<http://www.csr.utexas.edu/grace/mission/>
(9.04.2012.)

[URL 3]: Instrumentarij GRACE satelita

<http://www.csr.utexas.edu/grace/spacecraft/colorcode.html>
(10.04.2012.)

[URL 4]: Evropska Svemirska agencija-ESA o GOCE satelitskoj misiji

<http://www.esa.int/SPECIALS/GOCE/index.html>
(10.04.2012.)

[URL 5]: Šta je geoid?

http://www.ngs.noaa.gov/GEOID/geoid_def.html
(10.04.2012.)

[URL 6]: Geopotencijani modeli JGM

<http://cddis.nasa.gov/926/egm96/nasatm.html>
(10.04.2012.)

[URL 7]: Geopotencijalni model EGM2008

http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08_wgs84.html
(10.04.2012.)

[URL 8]: Detaljno gravitacijsko polje iz GOCE misije

<http://earthsky.org/earth/european-satellite-produces-most-detailed-view-yet-of-earths-gravitational-field>
(10.04.2012.)

[URL 9]: Model gravitacijskog polja JGM96

http://geodesy.eng.ohio-state.edu/course/refpapers/Tapley_JGR_JGM3_96.pdf
(10.04.2012.)

[URL 10]: EGM model na osnovu GOCE preliminarnih mjerenja

http://earth.esa.int/download/goce/GO_CONS_EGM_GCF_2__20091101T000000_20100630T23599_0001.IDF
(11.04.2012.)

[URL 11]: Geopotencijani model EGM96

<http://cddis.nasa.gov/926/egm96/nasatm.html>
(11.04.2012.)

[URL 12]: Dnevna i mjesečna rješenja gravitacijskog polja
<http://www.igg.uni-bonn.de/apmg/index.php?id=itg-grace2010>
(11.04. 2012.)

[URL 13]: GOCE satelitska misija
<http://www.nature.com/news/2010/101006/pdf/467648a.pdf>
(11.04. 2012.)

[URL 14]: GOCE model geoida sa dosad nezamislivom tačnošću
<http://www.esa.int/SPECIALS/GOCE/index.html>
(11.04. 2012.)

Autori:

Dr.sc. Medžida Mulić, dipl.inž.geod.

Građevinski fakultet, Univerzitet u Sarajevu
Patriotske lige 30, 71000 Sarajevo
Bosna i Hercegovina
E-mail: medzida_mulic@gf.unsa.ba

Spec.sc. Eldin Đonlagić, dipl.inž.geod.

Federalna uprava za geodetske i imovinsko-pravne poslove
Reisa Džemaludina Čauševića 6, 71000 Sarajevo
Bosna i Hercegovina
E-mail: eldin.donlagic@fgu.com.ba

Dževad Krdžalić, dipl.inž.geod.

Građevinski fakultet, Univerzitet u Sarajevu
Patriotske lige 30, 71000 Sarajevo
Bosna i Hercegovina
E-mail: dzevadkrdzalic@gmail.com

Prof. Dr.-Ing. Asim Bilajbegović

Fakultät Geoinformation, Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden
PF120701, 01008 Dresden
SR Njemačka
E-mail: bilajbegovic@htw-dresden.de