

# HIBRIDNO IZRAVNANJE GPS I KLASIČNIH TERESTRIČKIH MJERENJA

## HYBRID ADJUSTMENT OF GPS AND CLASSICAL TERRESTRIAL MEASUREMENTS

*Dževad Krdžalić, Esad Vrce*

### SAŽETAK

*Rad na temu „Hibridno izravnanje GPS i klasičnih terestričkih mjerenja“ prikazuje noviji pristup, koji se već odavno koristi u svijetu, u dizajnu i obradi mjerenja u geodetskim mrežama. Kombinovanje GPS i terestričkih mjerenja daje veoma dobre rezultate u izgrađenim (urbanim) područjima, i to je pristup koji ima svijetlu budućnost. Najvažnije je odabrati pravilna mjesta za postavljanje GPS tačaka. Drugi važan zadatak projektanta je naći optimalan odnos GPS i poligonskih tačaka. U ovom radu je prikazano poboljšanje tačnosti poligonskih tačaka umetanjem dodatnih GPS tačaka.*

### ABSTRACT

*This paper shows newer approach that has long been used worldwide in the design and processing of measurement in geodetic networks in Bosnia and Herzegovina. Combining GPS and terrestrial measurements gives very good results in the built (urban) areas. The most important thing is to choose the proper place to set GPS points. Another important task of the designer is to find the optimal ratio of GPS and traverse points. This paper presents the improved accuracy of traverse points by inserting an additional GPS points.*

## 1. UVOD

Kombinovane metode opažanja su se oduvijek koristile u geodeziji. Nikada nije bilo "najbolje" metode opažanja.

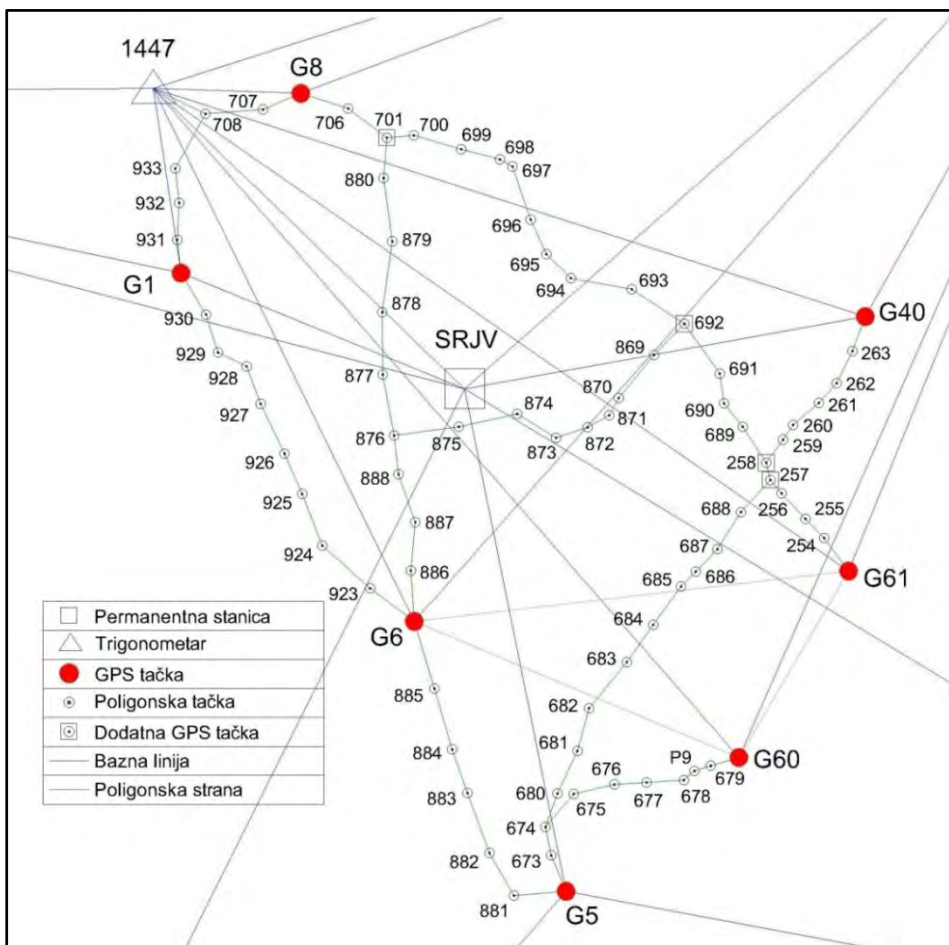
GPS metoda opažanja je zamijenila klasičnu triangulaciju i trilateraciju. Ova metoda je geodetima u mnogome olakšala posao. Više nije potrebno dogledanje signala, gradnja raznih piramida, postavljanje tačaka na nepristupačnim mjestima zbog dogledanja, i sl.

Za nekoliko minuta mjerenja GPS-om mogu se dobiti rezultati koji su izuzetno dobri, i prihvatljivi. Međutim, GPS kao metoda ima i svojih mana. Jedna od najvećih mana GPS metode mjerenja je nemogućnost prijema signala u gradskim područjima i područjima sa bujnom vegetacijom, odnosno šumom.

Kako bi riješili taj problem, geodeti su posegnuli za već isprobanim načinom prikupljanja podataka. To je kombinovana metoda mjerenja. Ono što se ne može mjeriti sa GPS-om može se izmjeriti klasičnim načinom mjerenja, poligonometrijom.

Opažanje geodetskih mreža se vrši uglavnom sa GPS-om. Proguščavanje mreža se vrši poligonometrijom.

Kako su se razvijale različite metode prikupljanja podataka, tako su se razvili i različiti modusi obrade prikupljenih podataka. Danas se javlja sve veća potreba za zajedničkim izravnanjem kombinovanih geodetskih mjerenja, i to GPS i klasičnih terestričkih mjerenja.



Slika 1. Skica geodetske mreže

## 2. DIZAJN MREŽE

Geodetsku mrežu koja je bila predmet istraživanja čini 87 tačaka (Slika 1):

- permanentna stanica SRJV,
- trigonometri 1348, 1351, 1385, 1447 i 1449,
- 7 GPS tačaka,
- 74 poligonske tačke,
- 4 poligonske tačke opažane GPS – om,
- 3 zatvorena poligonska vlaka,
- 8 čvornih tačaka.

### 3. OPAŽANJA U MREŽI

GPS tačke su opažane klasičnom statičkom metodom. Prilikom opažanja dužina sesije se računala po formuli (Galić i ostali, 2006):

$$T = 30 \text{ min} + 2 \text{ min/km} \quad (1.1)$$

GPS opažanja su vršena u dvije faze. U prvoj fazi je opažano 7 GPS tačaka sa gradskih trigonometara i permanentne stanice. Ova mjerenja su preuzeta od JP Geodetski zavod BiH, i ovom prilikom im se zahvaljujem. U drugoj fazi su opažane 4 poligonske tačke. Opažanja su napravili kolegica Ana Orlić i kolega Isak Majdanac, i njima se želim zahvaliti na ustupljenim mjerenjima.

Prilikom GPS kampanja korištena su dva tipa dvofrekventnih prijemnika, i to:

1. Trimble 4000Ssi;
2. Trimble 5700.

Uz prijemnik Trimble 4000Ssi korištena je antena Compact L1/L2 w/Ground Plane, dok je uz prijemnik Trimble 5700 korištena antena Zephyr. Antene su bile sa zaštitnim tanjirom (ground plane). Parametri prijemnika koji su bili definisani projektnim zadatkom su:

- interval registracije GPS signala 15 sekundi,
- elevaciona maska  $10^\circ$ ,
- najmanji broj opažanih satelita 3 i
- kvalitet geometrijskog rasporeda satelita (GDOP) maksimalno 6.

Poligonska mreža je mjerena sekundnim totalnim stanicama Geodimeter i priborom za prisilno centrisanje. Horizontalni uglovi su mjereni girusnom metodom, u dva girusa. Vertikalni uglovi su također mjereni u dva girusa u dva položaja durbina. Dužine su mjerene četverostruko i obostrano, tako da je dužina između dvije tačke mjerena 8 puta. Poligonska mjerenja su također preuzeta od JP Geodetski zavod BiH.

Napravljena su dodatna mjerenja u poligonskoj mreži i to na 9 poligonskih tačaka. Mjerenja su napravili kolegica Orlić i kolega Majdanac u sklopu svog završnog rada. Prilikom dodatnih mjerenja korištena je totalna stanica Leica TC605.

Prilikom izvođenja terestričkih mjerenja nisu mjereni atmosferski parametri.

### 4. IZRAVNANJE MREŽE

Izravnjanje mreža u kojima su napravljena i GPS i terestrička mjerenja se razlikuje od klasičnog izravnjanja triangulacije ili trilateracije<sup>1</sup>. Da bismo dobili finalne koordinate potrebno je provesti nekoliko koraka:

1. Podešavanje parametara projekta (koordinatni sistem, projekcija,...);
2. Unos GPS opažanja u softver;
3. Obrada baznih linija;
4. Unos terestričkih mjerenja u softver;
5. Kontrola unijetih mjerenja;
6. Izravnjanje mreže s minimalnom prisilom (jedna tačka fiksirana);
7. Analiza rezultata izravnjanja s minimalnom prisilom i otklanjanje mjerenja koja sadrže greške;

---

<sup>1</sup> Sva računanja su napravljena s Trimble Business Center softverom

8. Ponavljanje izravnanja s minimalnom prisilom sve dok se ne uklone sva pogrešna mjerenja;
9. Izravnanje s prisilom (dvije i više fiksiranih tačaka);
10. Analiza rezultata izravnanja s prisilom i otklanjanje mjerenja koja sadrže greške;
11. Ponavljanje izravnanja s prisilom sve dok se ne uklone sva pogrešna mjerenja.

Izravnanje mreže je obavljeno u ETRS89 koordinatnom sistemu, a za projekciju je podešena UTM projekcija – 34 zona sjeverno. Prilikom izravnanja korišten je globalni model geoida EGM2008.

Postupak izravnanja se provodi primjenom metode najmanjih kvadrata. Pošto se GPS mjerenja izvode u geocentričnom koordinatnom sistemu (WGS84), a terestrička mjerenja u lokalnom astronomskom koordinatnom sistemu, potrebno je sva mjerenja svesti u jedinstven koordinatni sistem, u našem slučaju lokalni elipsoidni koordinatni sistem. Komponentne GPS vektora kao i terestrička mjerenja se transformišu u lokalni elipsoidni koordinatni sistem. Veličine koje ulaze u izravnanje jesu elipsoidni azimut, elipsoidna visinska razlika i dužina na elipsoidu. Terestrička opažanja sa jednog stajališta ulaze u izravnanje samo ako su mjerene sve tri veličine, kosa dužina, zenitni ugao i pravac ka orijentacijskoj tački (Hoffmann-Wellenhof et al., 1994).

U tabeli 1 su prikazane apriori srednje greške koje su se koristile tokom izravnanja.

<u>Apriori srednje greške:</u>	<u>GNSS težine</u>
<u>GNSS</u>	Horizontalno: 5.0 mm + 1.000 ppm
Greška mjerenja visine antene: 0.002 m	Vertikalno: 10.0 mm + 2.000 ppm
Greška centrisanja: 0.002 m	<u>Težine terestričkih mjerenja</u>
<u>Terestrička mjerenja</u>	Kosa dužina: 3.0 mm + 2.000 ppm
Greška mjerenja visine instrumenta: 0.003 m	Zenitni ugao: 10.000 sec
Greška centrisanja instrumenta: 0.002 m	Horizontalni pravci: 5.000 sec
Greška mjerenja visine signala: 0.003 m	
Greška centrisanja signala: 0.002 m	

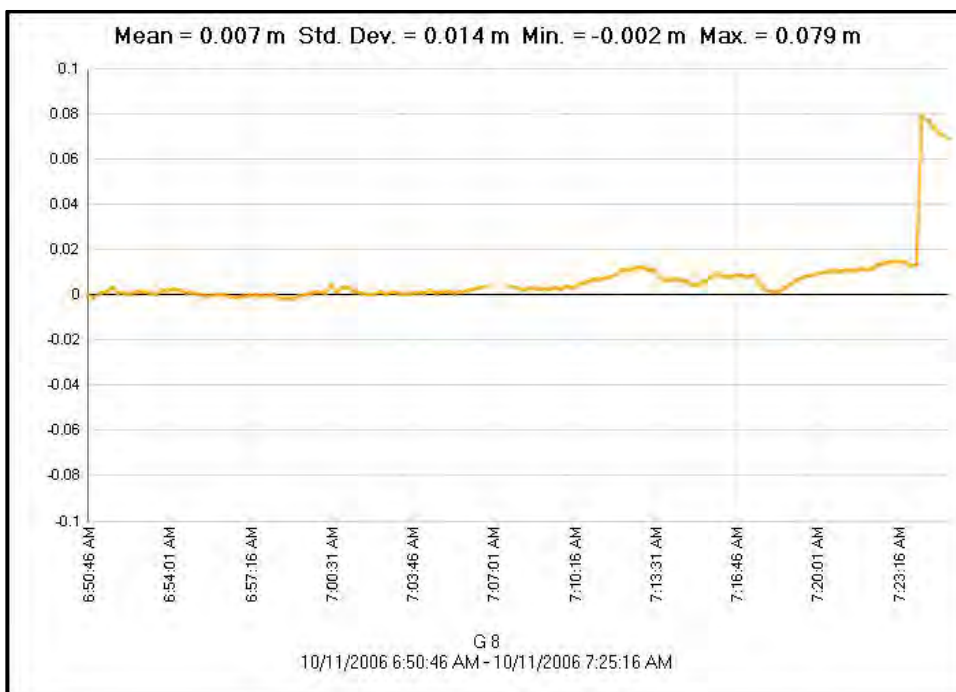
Tabela 1. Apriori srednje greške

## 4.1 Obrada baznih linija

Da bismo mogli napraviti hibridno izravnanje GPS i terestričkih mjerenja, neophodno je procesirati bazne linije, radi dobijanja koordinatnih razlika. Jedan od glavnih uslova kod obrade baznih linija jeste da rješenja budu fiksna (engl. Fixed Solution). U izravnanje mreže nikako ne smiju ući bazne linije čija su rješenja *Float*. Prilikom obrade baznih linija postavljeni su sljedeći kriteriji:

- Tip efemerida – precizne,
- Tip rješenja – fiksno,
- Frekvencije – sve,

- Kvaliteta: ako je RMS (srednja kvadratna greška) veća od 1 cm + 0,5 ppm rješenje nije zadovoljavajućeg kvaliteta,
- Elevaciona maska 15°.



Slika 2. Opažanja sa satelita G8 za baznu liniju 1447-G61

Odabir baznih linija koje su procesirane je bio takav da se zatvori figura u obliku trougla pomoću nezavisnih baznih linija. Kada bi se zatvorila figura radio se test zatvaranja figure (engl. Loop Closure Test). Nakon što su se obradile sve bazne linije pokrenut je ovaj test i dobiveni su sljedeći rezultati (tabela 2):

<b>Loop Closure Results</b>				
Legs in loop:	3			
Number of Loops:	112			
Number Passed:	112			
Number Failed:	0			
	Length (Meter)	ΔHoriz (Meter)	ΔVert (Meter)	PPM
Pass/Fail Criteria		0.050	0.050	
Best		0.001	0.000	0.712
Worst		0.038	0.035	15.828
Average Loop	3393.397	0.010	0.009	5.059
Standard Error	1536.043	0.015	0.007	3.664

*Tabela 2. Izvještaj zatvaranja figura*

Kao što je vidljivo iz prethodnog izvještaja sve figure su prošle postavljene uslove. Ukoliko se desi da neke figure padnu ovaj test, potrebno je dodatno analizirati bazne linije koje zatvaraju ove figure, i odstraniti sva loša mjerenja. Međutim, često je uzrok nezatvaranja figure pogrešna visina antene, tako da se preporučuje kontrola visina antena prije eventualnih intervencija na mjeranjima. Pošto smo završili testiranje figura, i zadovoljni smo postignutim rezultatima, pristupamo unos terestričkih mjerenja i izravanju s minimalnom prisilom.

## 4.2 Izravnanje s minimalnom prisilom

Komercijalni softveri veoma često ne omogućavaju slobodno izravnanje (nijedna tačka nije fiksna), niti omogućavaju izravnanje s minimalnom prisilom u pravom smislu te riječi. Njihov programski kod dizajniran tako da je uslov da se izvrši izravnanje mreže fiksiranjem jedne tačke. Izravnanje s minimalnom prisilom služi za ispitivanje unutrašnje tačnosti mreže. U izravanju s minimalnom prisilom se testira kvalitet izvršenih mjerenja primjenom odgovarajućih statističkih testova. Najčešće se primjenjuje Chi kvadrat test. I u ovom primjeru je korišten ovaj statistički test, kao i Tau test. Izravnanje se ponavlja u nekoliko koraka, sve dok se ne postigne da mjerenja zadovolje statističke testove, i dok standardna greška jedinice težine (Network Reference Factor) ne bude 1 (Tabela 3).

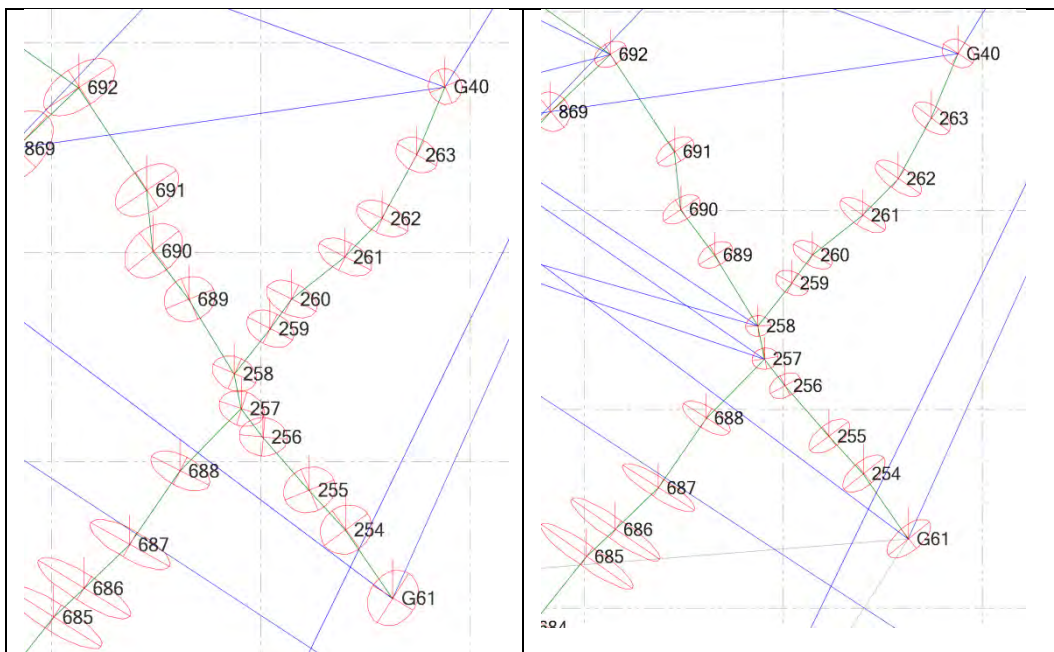
Kada se desi da mjerenja ne zadovolje statistički test, pozivamo izvještaj izravanja mreže i analiziramo mjerenja. Mjerenja koja nisu prošla statistički test (standardizirani reziduali veći od 5) su u izvještaju markirana crvenom bojom (što uveliko olakšava analizu izvještaja), i takva mjerenja se moraju odstraniti iz daljnjih računanja (Trimble Business Center Version 2.50 Tutorials, 2011).

Ono što se da primijetiti iz izvještaja izravanja jeste da tačke, u vlakovima koji se sastoje od više poligonskih tačaka između kojih nisu umetnute GPS tačke, imaju veće greške od poligonskih tačaka povezanih sa GPS tačkama.

<b>Adjustment Statistics</b>					
<b>Number of Iterations for Successful Adjustment:</b>		3			
<b>Network Reference Factor:</b>		0.98			
<b>Chi Square Test (95%):</b>		Passed			
<b>Precision Confidence Level:</b>		95%			
<b>Degrees of Freedom:</b>		1864			
<b>Post Processed Vector Statistics</b>					
<b>Reference Factor:</b>		1.02			
<b>Redundancy Number:</b>		87.09			
<b>A Priori Scalar:</b>		0.93			
<b>Total Station Observation Statistics</b>					
<b>Horizontal Circle Reading:</b>	<b>Reference Factor:</b>	1.01	<b>Redundancy Number:</b>	542.61	<b>A Priori Scalar:</b> 1.21
<b>Vertical Angle:</b>	<b>Reference Factor:</b>	1.00	<b>Redundancy Number:</b>	619.85	<b>A Priori Scalar:</b> 1.11
<b>Slope Distance:</b>	<b>Reference Factor:</b>	0.92	<b>Redundancy Number:</b>	614.45	<b>A Priori Scalar:</b> 0.27

*Tabela 3. Statistički dio izvještaja izravnanja s minimalnom prisilom*

Mreža koja je bila predmet istraživanja je prvi put izravnata bez dodatnih opažanja, a poslije je izravnata sa dodatno opažanim GPS tačkama. Ovdje ćemo dati usporedbu elipsi grešaka ova dva izravnanja. Na slici 3 se vidi da su se smanjile greške nakon uvođenja dodatnih GPS tačaka, istina ne za veliki iznos, ali uzrok tome vjerovatno leži u terestričkim mjerenjima. Pošto se na mreži Sarajeva ponovo izvode terestrička mjerenja, bilo bi interesantno uraditi izravnanje s ponovljenim terestričkim mjerenjima, i usporediti dobijene rezultate.



*Slika 3. Elipse grešaka iz izravnjanja s minimalnom prisilom bez dodatnih GPS tačkaka (lijevo) i sa dodatnim GPS tačkama (desno)*

U sljedećoj tabeli su prikazane elipse grešaka kao i greške visina za tačke koje se nalaze u vlakovima između umetnutih GPS tačaka. Dodatne GPS tačke su 692, 257, 258 i 701. Dodatne tačke su opazane sa permanentne stanice SRJV i trigonometra 1447.

Kao što se vidi iz tabele 3 greške su najviše smanjene na tačkama 689, 690, 691 i 692. Greške na ovim tačkama su bile veće od centimetra, dok su sada manje od centimetra, što je u potpunosti zadovoljavajuća tačnost za svrhu mreže.

### 4.3 Izravnjanje s prisilom

Poslije provedenog izravnjanja s minimalnom prisilom, i eliminisanja mjerenja koja nisu prošli Tau test, može se pristupiti izravnjanju s prisilom. Kod izravnjanja s prisilom kao fiksne (date) tačke su poslužili trigonometri i permanentna stanica SRJV čije su koordinate preuzete iz "Studije obrade GPS mreže SARAREF 06". Dakle ukupno je bilo 6 datih tačaka. I ovdje su se napravila dva izravnjanja, bez i sa dodatno opažanim GPS tačkama.

U prvom koraku je Chi kvadrat test pao, nakon čega se pristupilo analizi izvještaja izravnjanja. Iz izravnjanja je isključena mjerena dužina sa tačke G5 na tačku 673. Nakon toga se ponovilo izravnjanje i test je prošao. Izvještaj izravnjanja je ponovo analiziran, i utvrđeno je da su sva mjerenja zadovoljila statističke testove.



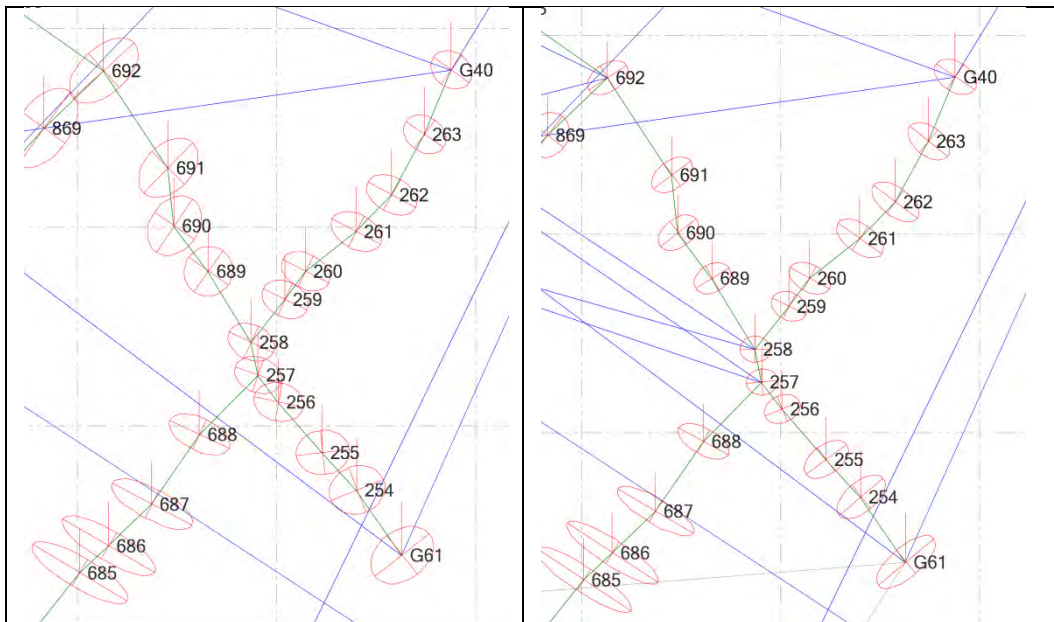
Elipse grešaka i greške visina bez dodatnih GPS tačaka					Elipse grešaka i greške visina sa dodatnim GPS tačkama				
Broj tačke	Velika poluosa (m)	Mala poluosa (m)	Azimut	Greška visine (m)	Broj tačke	Velika poluosa (m)	Mala poluosa (m)	Azimut	Greška visine (m)
254	0.011	0.009	72°	0.011	254	0.010	0.005	51°	0.008
255	0.011	0.009	77°	0.010	255	0.009	0.005	53°	0.008
256	0.010	0.008	98°	0.010	256	0.007	0.004	61°	0.007
257	0.010	0.007	109°	0.010	257	0.005	0.004	79°	0.006
258	0.010	0.007	114°	0.010	258	0.005	0.004	86°	0.006
259	0.011	0.007	116°	0.010	259	0.007	0.005	118°	0.007
260	0.012	0.007	116°	0.010	260	0.009	0.005	120°	0.007
261	0.013	0.007	117°	0.010	261	0.011	0.005	124°	0.008
262	0.012	0.007	116°	0.010	262	0.011	0.005	125°	0.008
263	0.009	0.007	116°	0.010	263	0.009	0.005	127°	0.008
689	0.011	0.009	72°	0.010	689	0.008	0.004	60°	0.007
690	0.013	0.009	52°	0.010	690	0.008	0.005	56°	0.007
691	0.015	0.009	57°	0.010	691	0.008	0.005	56°	0.007
692	0.017	0.009	57°	0.010	692	0.007	0.005	59°	0.007
G40	0.007	0.007	117°	0.009	G40	0.007	0.005	123°	0.008
G61	0.011	0.009	54°	0.011	G61	0.010	0.005	50°	0.009

Tabela 4. Elipse grešaka i greške visina iz izravnjanja s minimalnom prisilom

Nakon što je provedeno izravnjanje s prisilom, uvezena su dodatna GPS mjerenja napravljena na 4 poligonske tačke. Na slici 4 je prikazana usporedba elipsi grešaka dobijenih iz dva provedena izravnjanja. Vidljivo je da su greške na svim tačkama ili smanjene ili su ostale iste. Na tačkama 689, 690, 691 i 692 je vidljiva razlika u veličini elipse grešaka i grešaka po visini (tabela 5 i slika 4).

Elipse grešaka i greške visina bez dodatnih GPS tačaka					Elipse grešaka i greške visina sa dodatnim GPS tačkama				
Broj tačke	Velika poluosa (m)	Mala poluosa (m)	Azimut	Greška visine (m)	Broj tačke	Velika poluosa (m)	Mala poluosa (m)	Azimut	Greška visine (m)
689	0.011	0.011	36°	0.010	689	0.008	0.006	59°	0.008
690	0.014	0.010	35°	0.010	690	0.009	0.006	52°	0.008
691	0.015	0.010	44°	0.010	691	0.010	0.006	53°	0.008
692	0.018	0.010	48°	0.010	692	0.010	0.006	56°	0.008

Tabela 5. Elipse grešaka i greške visina iz izravnjanja s prisilom



*Slika 4. Elipse grešaka iz ravnjanja s prisilom bez dodatnih GPS tačkama (lijevo) i sa dodatnim GPS tačkama (desno)*

## 5. ZAKLJUČAK

U Bosni i Hercegovini se već izvjesno vrijeme, za uspostavu geodetskih mreža primjenjuje sličan pristup onome koji je opisan u ovome radu. Nedostatak pravne regulative uveliko se odražava na kvalitet uspostavljenih geodetskih mreža. Donošenjem adekvatnih pravilnika koji bi regulisali primjenu GPS metode mjerenja, kao i primjenu novih tehnologija kod terestričkih mjerenja povećao bi se kvalitet izvršenih geodetskih radova. Uvijek je korisno voditi se iskustvima drugih zemalja. Geodetskim inženjerima koji se bave uspostavom geodetskih mreža primjenom kombinovanih metoda opažanja ostaje da se koriste iskustvima kolega iz susjednih zemalja, kao i novijom stručnom literaturom.

## LITERATURA

Bilajbegović, A. (2007): Studija obrade GPS mreže SARAREF 06, Dresden.

Galić Z., Mulić M., Đonlagić E., Lesko I., Mahir E. (2004): Projekat obnove gradskih geodetskih mreža Sarajeva i Mostara, Sarajevo.

Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Collins J. (1994): GPS Theory and Practice, treće dopunjeno izdanje, Springer-Verlag Wien New York

Trimble Business Center Version 2.50 Tutorials, Maj 2011.

### ***Autori:***

#### ***Dževad Krdžalić, dipl.inž.geod.***

Građevinski fakultet, Univerzitet u Sarajevu  
Patriotske lige 30, 71000 Sarajevo  
Bosna i Hercegovina  
E-mail: dzevadkrdzalic@gmail.com

#### ***Mr.sc. Esad Vrce, dipl.inž.geod.***

Građevinski fakultet, Univerzitet u Sarajevu  
Patriotske lige 30, 71000 Sarajevo  
Bosna i Hercegovina  
E-mail: esad\_vrce@gf.unsa.ba