

UDK 528.481
Pregledni naučni rad

DEFORMACIJSKA ANALIZA MIKROTRIANGULACIJSKE MREŽE

DEFORMATION ANALYSIS OF MICROTRIANGULATION NETWORK

Esad Vrce

SAŽETAK

U radu je prikazana Hannoverska metoda i njena upotreba u deformacijskoj analizi. Hannoverska metoda određuje pomake tačaka geodetske mreže na osnovu geodetskih mjerenja pomoću statističkih metoda. Na primjeru mikrotriangulacijske mreže data je primjena određivanja pomaka nestabilnih tačaka.

ABSTRACT

This paper presents a Hannover method and its application in the deformation analysis. Hannover method determines the displacements of the geodetic network points, based on the geodetic measurements using the statistic methods. Application of determining unstable points displacements is shown in the example of microtriangulation network.

1. UVOD

Teorija deformacijske analize postaje popularna posljednjih dvadesetak godina iako se deformacijska analiza počela primjenjivati još dvadesetih godina prošloga stoljeća, za određivanje pomaka i deformacija velikih brana u Švicarskoj. Unatoč obimnoj literaturi o mjernim metodama i tehnikama, stroga analiza mjerenja postaje izvodljiva tek pojavom modernih računara, koji su sposobni obraditi veliku količinu podataka. Razvoj novih i poboljšanje postojećih instrumenata značajno su povećali tačnost mjerenja, otvarajući nova polja primjene.

Pod geodetskim deformacijskim mjerenjima podrazumijevaju se sva geodetska mjerenja koja imaju za cilj određivanje elastičnih ili trajnih promjena oblika objekata ili dijelova Zemljine površine pod djelovanjem vanjskih ili unutrašnjih sila (Ašanin, 1988).

Razvoj u ovoj oblasti odvija se u dva pravca:

- ispitivanje stabilnosti i deformacija u mikrolokacijama, i
- ispitivanje pomaka i deformacija u makrolokacijama, tj. ispitivanje pomaka i deformacija dijelova Zemljine kore.

U oba spomenuta slučaja objekat ispitivanja se predstavlja određenim brojem karakterističnih tačaka. Ove tačke se međusobno povezuju, čineći geodetsku mrežu. Za slučaj ispitivanja pomaka i deformacija objekata, geodetska mreža se sastoji iz referentne odnosno osnovne mreže – mreže tačaka van objekta, i mreže tačaka na samom objektu (Caspary, 1987). Dio tačaka osnovne mreže trebalo bi svakako da bude postavljen van zone mogućih deformacija, kako bi se pravilno odredili pomaci objekata i terena.

2. DEFORMACIJSKA ANALIZA

Kod određivanja pomaka i deformacija objekata mreže se izjednačavaju kao slobodne mreže. Pri izjednačenju slobodnih geodetskih mreža prisutan je singularitet sistema normalnih jednažbi, zato ih rješavamo pomoću pseudoinverzije. Izjednačenje mjerenja pojedinih serija daje najvjerojatnije vrijednosti mjerenja i nepoznatih veličina kao i njihovu ocjenu tačnosti.

2.1 Otkrivanje grubih grešaka u rezultatima mjerenja

Prije bilo kakve interpretacije rezultata mjerenja, unatoč pažljivom i savjesnom izvođenju mjerenja, moramo u rezultatima mjerenja provjeriti:

- prisustvo grubih grešaka,
- homogenost mjerenja.

Za otkrivanje eventualnih grubih grešaka u rezultatima mjerenja mogu poslužiti slijedeće metode otkrivanja grubih grešaka: Baarda metoda *data snooping*, Popeova metoda *data screening* i Danska metoda. Dali serije mjerenja imaju homogenu tačnost, može se ispitati pomoću F-testa.

2.2 Baarda data snooping metoda

Kod Baarda data snooping metode prvo se izračuna test statistika:

$$T = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{\sigma_0^2} = \frac{f \hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \quad (1)$$

Za izabrane vrijednosti α i $1 - \beta$, iz Baarda nomograma očita se vrijednost $\frac{\chi^2(f)}{f}$, te izračuna:

$$\chi^2 = f \frac{\chi^2(f)}{f} \quad (2)$$

Ako je ispunjen uslov:

$$T < \chi^2 \quad (3)$$

smatra se da u rezultatima nema grubih grešaka.

Ako uslov (3) nije ispunjen, a da bi locirali grubu grešku, za svaku popravku treba izračunati njenu standardiziranu popravku po formuli (Caspary, 1987):

$$|W_i| = \frac{\mathbf{v}_i}{\sigma_{v_i}} = \frac{\mathbf{v}_i}{\sigma_0 \cdot \sqrt{\mathbf{Q}_{vivi}}} \quad (4)$$

Ono mjerenje za koje se dobije najveća vrijednost W_i se eliminira. S ostalim mjerenjima globalni test se ponavlja. To se ponavlja sve dok uslov (3) ne bude ispunjen. Veliku pažnju treba obratiti otkrivanju i eliminiranju grubih grešaka, jer neotkrivene grube greške utječu na procjenu nepoznatih veličina i posredno na realnu procjenu pomaka.

2.3 Test homogene tačnosti mjerenja: F- test

Iz izjednačenja dviju epoha dobiju se empirijske varijance σ_1^2 i σ_2^2 , pa je neophodno s odgovarajućom vjerojatnošću utvrditi imaju li obje serije mjerenja homogenu tačnost. U tom cilju postavljaju se nulta H_0 i alternativna H_A hipoteza:

$$\begin{aligned} H_0 : E(\sigma_1^2) &= E(\sigma_2^2) = \sigma^2 \\ H_A : E(\sigma_1^2) &\neq E(\sigma_2^2) \neq \sigma^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Prihvatanje nulte hipoteze H_0 znači da je homogena tačnost mjerenja obje epohe.

Test statistika:

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \quad (6)$$

u slučaju nulte hipoteze slijedi Fischerovu centralnu raspodjelu:

$$F \sim F_{f_1, f_2} \quad (7)$$

gdje su f_1 i f_2 brojevi prekobrojnih mjerenja pri izjednačenju pojedinih epoha.

Brojevi prekobrojnih mjerenja f_1 i f_2 ne mogu mijenjati redosljed. Zbog toga, pri računanju veličine F u brojnik treba uvrstiti veću varijancu.

Kada je vrijednost test statistike manja ili jednaka od kritične vrijednosti:

$$F \leq F_{1-\alpha, f_1, f_2} \quad (8)$$

prihvata se nulta hipoteza, odnosno može se zaključiti da je tačnost mjerenja homogena, te određujemo zajedničku varijancu koja predstavlja homogenu tačnost mjerenja obje epohe:

$$\sigma^2 = \frac{f_1\sigma_1^2 + f_2\sigma_2^2}{f_1 + f_2} \quad (9)$$

Kada je vrijednost test statistike veća od kritične vrijednosti, tačnost mjerenja obje epohe nije homogena. U tom slučaju ne određuje se zajednička varijanca (9).

2.4 Testiranje globalne podudarnosti

Stabilnim tačkama smatraju se one tačke koje nisu promijenile svoj položaj u vremenskom intervalu između dvije epohe. Podudarnost mreže može se ispitati pomoću statističkih testova. Pritom se postavljaju nulta H_0 i alternativna H_A hipoteza (Mihailović, Aleksić, 1994, Ambrožič, 2001, Savšek-Safić, 2002):

$$\begin{aligned} H_0 : E(\hat{\mathbf{x}}_1) &= E(\hat{\mathbf{x}}_2) \\ H_A : E(\hat{\mathbf{x}}_1) &\neq E(\hat{\mathbf{x}}_2) \end{aligned} \quad (10)$$

gdje su $\hat{\mathbf{x}}_1$ i $\hat{\mathbf{x}}_2$ vektori koordinata prethodne i naredne epohe.

Veličina θ , koja sadrži informaciju o pomacima tačaka, naziva se srednje neuklapanje ili rascjep i računa se po formuli:

$$\theta^2 = \frac{\hat{\mathbf{d}}^T \mathbf{Q}_d^+ \hat{\mathbf{d}}}{h} \quad (11)$$

gdje je $\hat{\mathbf{d}} = \hat{\mathbf{x}}_2 - \hat{\mathbf{x}}_1$ vektor razlika koordinata.

Kada je vrijednost test statistike:

$$F = \frac{\theta^2}{\sigma^2} \quad (12)$$

manja ili jednaka od kritične vrijednosti:

$$F \leq F_{1-\alpha, h, f} \quad (13)$$

prihvaća se nulta hipoteza, što znači da su koordinate tačaka obje epohe podudarne. Drugim riječima, u mreži nema nestabilnih tačaka.

2.5 Testiranje stabilnosti referentnih tačaka

Ako se ustanovi da u mreži ima nestabilnih tačaka, testira se hipoteza o podudarnosti referentnih, odnosno osnovnih tačaka mreže. U tom slučaju mreža se dijeli na skup osnovnih tačaka S i skup tačaka na objektu O . Pritom se postavljaju nulta H_0 i alternativna H_A hipoteza (Mihailović, Aleksić, 1994, Ambrožič, 2001, Savšek-Safić, 2002):

$$\begin{aligned} H_0 : E(\hat{\mathbf{x}}_{s_1}) &= E(\hat{\mathbf{x}}_{s_2}) \\ H_A : E(\hat{\mathbf{x}}_{s_1}) &\neq E(\hat{\mathbf{x}}_{s_2}) \end{aligned} \quad (14)$$

gdje su $\hat{\mathbf{x}}_{s_1}$ i $\hat{\mathbf{x}}_{s_2}$ vektori koordinata osnovnih tačaka koji se odnosi na prethodnu i narednu epohu.

Vektor razlika koordinata podijelimo na dva podvektora:

$$\hat{\mathbf{d}} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{d}}_s \\ \hat{\mathbf{d}}_o \end{pmatrix} \quad (15)$$

gdje su u vektoru $\hat{\mathbf{d}}_s$ svrstane razlike koordinata osnovnih tačaka, a u vektoru $\hat{\mathbf{d}}_o$ razlike koordinata tačaka na objektu. Saglasno ovoj podjeli, matricu kofaktora razlika koordinata podijelimo na podmatrice:

$$\mathbf{Q}_d^+ = \mathbf{P}_d = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{ss} & \mathbf{P}_{so} \\ \mathbf{P}_{os} & \mathbf{P}_{oo} \end{pmatrix} \quad (16)$$

Srednje neuklapanje određuje se samo za osnovne tačke:

$$\theta_s^2 = \frac{\hat{\mathbf{d}}_s^T \overline{\mathbf{P}}_{ss} \hat{\mathbf{d}}_s}{h_s} \quad (17)$$

gdje je:

$$h_s - \text{rang matrice } \overline{\mathbf{P}}_{ss}$$

$$\overline{\mathbf{P}}_{ss} = \mathbf{P}_{ss} - \mathbf{P}_{ss} \mathbf{P}_{oo}^{-1} \mathbf{P}_{os}$$

Formira se test statistika:

$$F = \frac{\theta_s^2}{\sigma^2} \quad (18)$$

Kada je vrijednost test statistike manja ili jednaka od kritične vrijednosti:

$$F \leq F_{1-\alpha, h_s, f} \quad (19)$$

prihvaća se nulta hipoteza o podudarnosti koordinata osnovnih tačaka.

Ako nije ispunjen uslov (19), pristupa se daljnjem istraživanju u cilju određivanja nestabilnih referentnih tačaka.

2.6 Određivanje nestabilnih referentnih tačaka

Da bi lokalizirali nestabilne osnovne tačke, vektor razlika koordinata osnovnih tačaka dijeli se na dva podvektora (Mihailović, Aleksić, 1994, Ambrožič, 2001, Savšek-Safić, 2002):

$$\hat{\mathbf{d}}_s = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{d}}_F \\ \hat{\mathbf{d}}_B \end{pmatrix} \quad (20)$$

gdje su u vektor $\hat{\mathbf{d}}_F$ uvrštene razlike koordinata onih tačaka koje uslovno smatramo stabilnim, a u vektor $\hat{\mathbf{d}}_B$ razlike koordinata one tačke koja se uslovno smatra nestabilnom tačkom. Saglasno ovakvoj podjeli, potrebno je izvršiti podjelu matrice kofaktora razlika koordinata na podmatrice:

$$\bar{\mathbf{P}}_{ss} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{FF} & \mathbf{P}_{FB} \\ \mathbf{P}_{BF} & \mathbf{P}_{BB} \end{pmatrix} \quad (21)$$

Za svaku osnovnu tačku mreže određuje se srednji rascjep:

$$\theta_i^2 = \frac{\bar{\mathbf{d}}_B^T \bar{\mathbf{P}}_{BB} \bar{\mathbf{d}}_B}{h_B} \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (22)$$

gdje je:

$$h_B - \text{rang matrice } \bar{\mathbf{P}}_{BB}$$

$$\bar{\mathbf{d}}_B = \hat{\mathbf{d}}_B + \mathbf{P}_{BB}^{-1} \mathbf{P}_{BF} \hat{\mathbf{d}}_F$$

Za jednodimenzionalnu mrežu rang $h_B=1$, a za dvodimenzionalnu $h_B=2$. Ako u mreži ima k osnovnih tačaka, onda se određuje k srednjih rascjepa θ_i (22).

U skupu k vrijednosti θ_i ($i = 1, 2, \dots, k$) odredi se maksimalna vrijednost:

$$\theta_{max}^2 = \max \theta_i^2 \quad (23)$$

Tačka na koju se odnosi maksimalna vrijednost smatra se nestabilnom tačkom i ona se izostavlja iz skupa osnovnih tačaka koje se i dalje smatraju uslovno stabilnim tačkama. Takvih tačaka bit će $k-1$ i po istom postupku koji je primijenjen u skupu od k tačaka utvrđuje se slijedeća nestabilna tačka, ili se izvodi zaključak da takvih tačaka nema, odnosno da je svih $k-1$ tačaka stabilno.

Zato se prvo odredi srednje neuklapanje:

$$\theta_{REST}^2 = \frac{\bar{\mathbf{d}}_F^T \bar{\mathbf{P}}_{FF} \bar{\mathbf{d}}_F}{h_F} \quad (24)$$

a zatim formira test statistika:

$$F = \frac{\theta_{REST}^2}{\sigma^2} \quad (25)$$

gdje je:

$$h_F - \text{rang matrice } \bar{\mathbf{P}}_{FF}$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{FF} = \mathbf{P}_{FF} - \mathbf{P}_{FB} \mathbf{P}_{BB}^{-1} \mathbf{P}_{BF}$$

Kada je vrijednost test statistike manja ili jednaka od kritične vrijednosti:

$$F \leq F_{1-\alpha, h_F, f} \quad (26)$$

prihvata se nulta hipoteza, odnosno smatra se da je stabilno svih ostalih $k-1$ osnovnih tačaka. Kada je vrijednost test statistike veća od kritične vrijednosti, među $k-1$ osnovnih tačaka ima još uvijek nestabilnih tačaka. Lokaliziranje nestabilnih tačaka vrši se sve dotle dok ne bude zadovoljen uslov (26). Ovim postupkom osnovne tačke su podijeljene na stabilne i nestabilne tačke.

Prilikom procesa lokaliziranja nestabilnih tačaka potrebno je iz matrice \mathbf{Q}_d^+ izostaviti redove i kolone koji se odnose na koordinate one tačke za koju se utvrdi da je nestabilna tačka.

2.7 Testiranje pomaka tačaka

U cilju ispitivanja pomaka tačaka, vektor pomaka dijeli se na podvektore (Mihailović, Aleksić, 1994, Ambrožič, 2001, Savšek-Safić, 2002):

$$\hat{\mathbf{d}} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{d}}_F \\ \hat{\mathbf{d}}_O \end{pmatrix} \quad (27)$$

gdje su u vektor $\hat{\mathbf{d}}_F$ svrstane razlike koordinata osnovnih tačaka koje su identificirane kao stabilne tačke, a u vektor $\hat{\mathbf{d}}_O$ razlike koordinata tačaka na objektu i onih osnovnih tačaka koje su identificirane kao nestabilne.

Saglasno ovoj podjeli, matrica kofaktora razlika koordinata rastavlja se u podmatrice:

$$\mathbf{P}_d = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{FF} & \mathbf{P}_{FO} \\ \mathbf{P}_{OF} & \mathbf{P}_{OO} \end{pmatrix} \quad (28)$$

Srednje neuklapanje određuje se samo za tačke objekta:

$$\theta_O^2 = \frac{\bar{\mathbf{d}}_O^T \mathbf{P}_{OO} \bar{\mathbf{d}}_O}{h_O} \quad (29)$$

gdje je:

$$h_O - \text{rang matrice } \mathbf{P}_{OO}$$

Veličina $\bar{\mathbf{d}}_O$ određuje se prema:

$$\bar{\mathbf{d}}_O = \hat{\mathbf{d}}_O + \mathbf{P}_{OO}^{-1} \mathbf{P}_{OF} \hat{\mathbf{d}}_F \quad (30)$$

Test statistika kojom se testira stabilnost tačaka je:

$$F = \frac{\theta_O^2}{\sigma^2} \quad (31)$$

Kada je vrijednost test statistike manja ili jednaka od kritične vrijednosti:

$$F \leq F_{1-\alpha, b_0, f} \quad (32)$$

prihvaća se nulta hipoteza, odnosno donosi zaključak da su tačke na objektu zaista stabilne. Kada je vrijednost test statistike veća od kritične vrijednosti, prihvaća se alternativna hipoteza, odnosno tačke objekta su nestabilne.

Test pomaka se može i geometrijski interpretirati. Na crtežu se nacrtaju vektori pomaka tačaka i relativne elipse grešaka uvećane za faktor $\sqrt{2F_{1-\alpha, 2, f}}$. Ako se početak vektora pomaka postavi u ishodište relativne elipse grešaka, mora se i vrh pomaka nalaziti unutar relativne elipse grešaka. Drugim riječima, ako se vrh nalazi unutar elipse na ispitivanoj tački, ne postoji signifikantan pomak. Međutim, ako je vrh pomaka van relativne elipse grešaka, na ispitivanoj tački postoji stvarni pomak (Bilajbegović et al., 1985).

3. DEFORMACIJSKA ANALIZA MIKROTRIANGULACIJSKE MREŽE "TUŠANJ"

Prvi podaci o obavljenim geodetskim mjerenjima na području slijeganja, u gradu Tuzli, datiraju iz 1914. godine. Kada je počela industrijska proizvodnja slanice dubokim bunarima proizvodnja je povećavana, a time i deformacije terena i objekata. Ovaj proces je naročito ubrzan poslije Drugog svjetskog rata, pa se 1956. godine pristupilo sistematskom i organiziranom radu na mjerenjima i prikupljanju podataka u svrhu eliminiranja posljedica slijeganja terena. Tim mjerenjima prvi se bavio prof. dr. Fethulah Smailbegović. Kasnije su te poslove izvodili drugi izvođači. Odsjek za geodeziju Građevinskog fakulteta Univerziteta u Sarajevu je mjerenja izvodio dugi niz godina.

Odsjek za geodeziju Građevinskog fakulteta, tj. Institut za geodeziju i geoinformatiku Građevinskog fakulteta Univerziteta u Sarajevu 2002. godine, ponovo je nastavio sa terenskim mjerenjima i njihovom obradom. Pošto su prethodna mjerenja i obrada podataka urađeni 1991. godine, ta studija, odnosno njeni rezultati, poslužili su kao tzv. nulta serija za praćenje budućih pomaka kontrolnih tačaka.

U narednim tabelama su dati svi ulazni podaci koji su potrebni za izjednačenje pojedinih serija mjerenja.

Serija 0					
pravac	α	pravac	α	pravac	α
21-64/2	0° 00' 00", 0	58-41	48° 38' 20", 2	49/1-37	213° 00' 46", 1
21-60	63° 32' 37", 5	58-33/1	185° 07' 56", 0	51/2-54/1	0° 00' 00", 0
21-58	180° 49' 47", 2	58-21	213° 24' 08", 4	51/2-59/1	187° 54' 28", 3
21-33/1	252° 27' 53", 8	58-60	226° 03' 47", 8	51/2-49/1	229° 55' 14", 1
37-49/1	0° 00' 00", 0	58-59/1	303° 45' 29", 5	51/2-46	277° 30' 12", 7
37-59/1	36° 01' 20", 2	58-46	312° 16' 59", 4	54/1-58	0° 00' 00", 0
37-60	104° 58' 05", 3	60-37	0° 00' 00", 0	54/1-51/2	12° 14' 07", 7
37-64/2	146° 20' 57", 1	60-58	111° 52' 34", 3	54/1-46	43° 08' 38", 8

41-46	0° 00' 00", 0	60-21	161° 55' 46", 2	59/1-37	0° 00' 00", 0
41-33/1	302° 11' 57", 2	60-64/2	264° 55' 20", 1	59/1-49/1	62° 42' 11", 3
41-58	313° 56' 12", 3	33/1-41	0° 00' 00", 0	59/1-51/2	154° 54' 14", 2
46-54/1	0° 00' 00", 0	33/1-64/2	194° 32' 25", 2	59/1-58	258° 31' 02", 3
46-41	51° 33' 34", 8	33/1-21	248° 08' 11", 4	64/2-37	0° 00' 00", 0
46-51/2	66° 35' 47", 0	33/1-58	328° 13' 49", 8	64/2-60	43° 32' 28", 7
46-58	89° 08' 21", 9	49/1-46	0° 00' 00", 0	64/2-21	57° 00' 14", 8
46-49/1	113° 03' 47", 2	49/1-51/2	85° 57' 00", 2	64/2-33/1	75° 52' 21", 8
58-54/1	0° 00' 00", 0	49/1-59/1	131° 44' 14", 1		

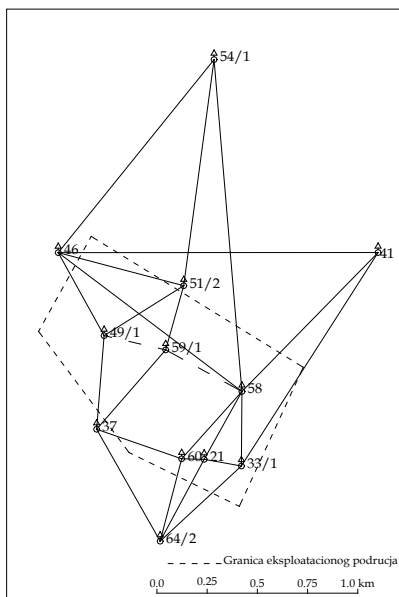
Serija IV					
pravac	α	pravac	α	pravac	α
21-58	0° 00' 00", 0	58-41	48° 38' 16", 8	51/2-59/1	0° 00' 00", 0
21-33/1	71° 38' 09", 4	58-33/1	185° 07' 55", 6	51/2-49/1	42° 00' 37", 6
21-64/2	179° 09' 54", 6	58-21	213° 24' 30", 8	51/2-46	89° 35' 58", 0
21-60	242° 42' 46", 0	58-60	226° 04' 15", 1	51/2-54/1	172° 05' 43", 9
37-49/1	0° 00' 00", 0	58-59/1	303° 45' 45", 8	54/1-58	57° 04' 31", 2
37-59/1	36° 01' 14", 1	58-46	312° 17' 03", 3	54/1-64/2	68° 04' 20", 1
37-60	104° 57' 48", 5	60-58	0° 00' 00", 0	54/1-51/2	69° 18' 40", 2
37-64/2	146° 20' 49", 2	60-21	50° 02' 55", 1	54/1-46	100° 13' 09", 6
41-33/1	238° 20' 41", 5	60-64/2	153° 02' 23", 0	59/1-37	0° 00' 00", 0
41-58	250° 04' 52", 9	60-37	248° 07' 09", 4	59/1-49/1	62° 41' 54", 9
41-46	296° 08' 46", 9	33/1-64/2	0° 00' 00", 0	59/1-51/2	154° 53' 50", 2
46-54/1	0° 00' 00", 0	33/1-21	53° 36' 03", 2	59/1-58	258° 31' 05", 4
46-41	51° 33' 32", 5	33/1-58	133° 41' 25", 5	64/2-37	0° 00' 00", 0
46-51/2	66° 35' 50", 3	33/1-41	165° 27' 40", 0	64/2-46	10° 00' 25", 4
46-58	89° 08' 23", 1	49/1-46	0° 00' 00", 0	64/2-54/1	35° 25' 40", 2
46-49/1	113° 03' 30", 6	49/1-51/2	85° 57' 00", 6	64/2-60	43° 32' 21", 4
46-64/2	122° 25' 58", 1	49/1-59/1	131° 44' 26", 8	64/2-21	57° 00' 06", 2
58-54/1	0° 00' 00", 0	49/1-37	213° 01' 12", 6	64/2-33/1	75° 52' 19", 0

Tabela 1: Podaci mjerenja dviju serija mjerenja

Slika 1 prikazuje mikrotriangulacijsku mrežu "Tušanj". U tabeli 2 su date približne koordinate tačaka mikrotriangulacijske mreže "Tušanj".

tačka	Y	X
21	3 583,462	3 618,911
37	3 048,074	3 771,266
41	4 449,397	4 666,727
46	2 856,838	4 666,189
58	3 771,560	3 962,764
60	3 471,440	3 621,637
33/1	3 768,861	3 585,168
49/1	3 085,371	4 245,558
51/2	3 481,550	4 498,590
54/1	3 632,652	5 644,253
59/1	3 391,880	4 173,541
64/2	3 364,375	3 204,254

Tabela 2: Približne koordinate tačaka mikrotriangulacijske mreže



Slika 1: Skica mikrotriangulacijske mreže "Tušanj"

- **Otkrivanje grubih grešaka mikrotriangulacijske mreže “Tušanj”**

Za *a priori* standardno odstupanje σ_0 uzeto je zajedničko standardno odstupanje izračunato iz prethodnih studija iz perioda 1984 – 1991. godine: $\sigma_0 = 1,58''$. Za otkrivanje grubih grešaka poslužit će vrijednosti dobivene izjednačenjem iz pojedinih epoha. Za usvojene vrijednosti: $\alpha_0 = 0,1\%$, $\beta_0 = 20\%$ iz nomograma se dobije $\lambda_0 = 17,0743$ i $u_{\alpha_0} = 3,29$. Tabela 2 prikazuje vrijednosti test statistike T i odluku o provođenju lokalnog testa za pojedine epohe f

	$v^T P v$	f	T	α	χ^2	$T < \text{ili} > \chi^2$	Lokalni test
Epoha 0	39,7700	18	15,9309	0,10	25,99	<	ne
Epoha IV	93,0528	22	37,2748	0,12	29,94	>	da

Tabela 3: Globalni test modela pojedinih epoha mikrotriangulacijske mreže “Tušanj”

Kako je $T < \chi^2_{(\alpha, f)}$ kod epohe 0, zaključuje se da u rezultatima nema grubih grešaka, te nije potrebno provoditi lokalni test. Kako je $T > \chi^2_{(\alpha, f)}$ kod epohe IV, zaključuje se da u rezultatima ima grubih grešaka, te je potrebno provesti lokalni test.

- Lokalni test za epohu IV:

Kada se izračunaju standardizirane popravke, za pravac 60 – 37 dobije se maksimalna vrijednost. Kada se ovaj pravac isključi i ponovo provede izjednačenje, dobiju se slijedeće vrijednosti:

	$v^T P v$	f	T	α	χ^2	$T < \text{ili} > \chi^2$	Lokalni test
Epoha IV	60,6418	21	24,2917	0,11	29,17	<	ne

Kako je sada $T < \chi^2_{(\alpha, f)}$, nulta hipoteza o postojanju grubih grešaka se prihvata, te nije potrebno provoditi novi lokalni test.

Tabela 3 prikazuje definitivne koordinate epohe 0 i epohe IV, koje se dobiju poslije izjednačenja i provođenja testova na grube greške.

Tačka	Epoha 0		Epoha IV	
	Y	X	Y	X
21	3 583,461	3 618,912	3 583,463	3 618,938
37	3 048,074	3 771,267	3 048,076	3 771,291
41	4 449,396	4 666,730	4 449,407	4 666,721
46	2 856,844	4 666,180	2 856,818	4 666,181
58	3 771,560	3 962,768	3 771,562	3 962,720
60	3 471,438	3 621,638	3 471,439	3 621,670
33/1	3 768,860	3 585,169	3 768,865	3 585,178
49/1	3 085,374	4 245,555	3 085,403	4 245,528
51/2	3 481,548	4 498,586	3 481,529	4 498,571
54/1	3 632,654	5 644,260	3 632,654	5 644,280
59/1	3 391,880	4 173,542	3 391,880	4 173,528
64/2	3 364,371	3 204,251	3 364,365	3 204,251

Tabela 4: Izjednačene koordinate tačaka mikrotriangulacijske mreže “Tušanj”

- **Test homogene tačnosti mjerenja u mikrotriangulacijskoj mreži "Tušanj"**

Iz izjednačenja dviju epoha dobiju se empirijske varijance pomoću kojih se može doći do saznanja imaju li obje epohe mjerenja homogenu tačnost. U epohi 0, kao rezultat izjednačenja, dobivene su slijedeće vrijednosti: $pvv=39,7700$, $f_1=18$ i $\sigma_1=1,49''$. U epohi IV, kao rezultat izjednačenja, dobivene su slijedeće vrijednosti: $pvv=60,6418$, $f_2=21$ i $\sigma_2=1,70''$. Pošto je test statistika $F=1,31$ manja od odgovarajuće vrijednosti $F_{f_1, f_2, 1-\alpha}=2,18$, **može se zaključiti kako su mjerenja homogene tačnosti**. Zajednička varijanca (9) iznosi $\sigma^2=2,57$.

- **Test globalne podudarnosti mikrotriangulacijske mreže "Tušanj"**

Srednje neuklapanje θ^2 koji za epohu 0 i epohu IV iznosi 83,755. Test statistika F iznosi 32,531. Pošto je test statistika značajno veća od kritične vrijednosti $F_{1-\alpha, h, f}=1,85$, gdje su $\alpha=0,05$, $h=20$ i $f=39$, nulta hipoteza se odbacuje, odnosno **zaključuje se da koordinate tačaka dviju epoha nisu podudarne**.

- **Testiranje stabilnosti referentnih tačaka mikrotriangulacijske mreže "Tušanj"**

Pošto je globalni test stabilnosti pokazao da u mreži postoje nestabilne tačke, potrebno je prvo testirati stabilnost referentnih tačaka. U vektor referentnih tačaka uvrštene su tačke: **37, 51/2, 54/1, 41, 46 i 64/2**, koje se nalaze van granice eksploatacije. Srednje neuklapanje θ^2 za epohu IV iznosi 12,014. Test statistika F iznosi 4,67. Pošto je test statistika veća od kritične vrijednosti $F_{1-\alpha, h_S, f}=2,19$, gdje su $\alpha=0,05$, $h_S=8$ i $f=39$, nulta hipoteza se ne može prihvatiti, što znači da **koordinate referentnih tačaka nisu podudarne u periodu između epohe 0 i epohe IV**.

- **Određivanje nestabilnih referentnih tačaka mikrotriangulacijske mreže "Tušanj"**

Kako je test stabilnosti referentnih tačaka za epohu IV, pokazao da referentna mreža nije stabilna, potrebno je provesti lokaliziranje nestabilnih referentnih tačaka. Za svaku tačku računa se srednje neuklapanje θ_i^2 .

Tabela 4 prikazuje postupak lokaliziranja nestabilne tačke 37 u prvoj iteraciji. Drugu iteraciju nije potrebno provoditi, jer je $\theta_{REST}^2=26,98$, $F=1,75$ i $F_{1-\alpha, h_F, f}=2,34$. Kod prve iteracije rizik odbacivanja nulte hipoteze α_F iznosi 0,824, pa se može zaključiti da preostale referentne tačke nisu promijenile položaj između dviju epoha.

Tačka	θ_i^2
37	34,6
41	0,9
46	17,8
51/2	5,7
54/1	0,6
64/2	11,9

θ_{REST}^2	26,98
h_F	6
F	1,75
$F_{1-\alpha, h_F, f}$	2,34
nova iteracija	ne
α_F	0,824

Tabela 5: Postupak određivanja nestabilnih tačaka za epohu IV

• **Testiranje pomaka tačaka mikrotriangulacijske mreže "Tušanj"**

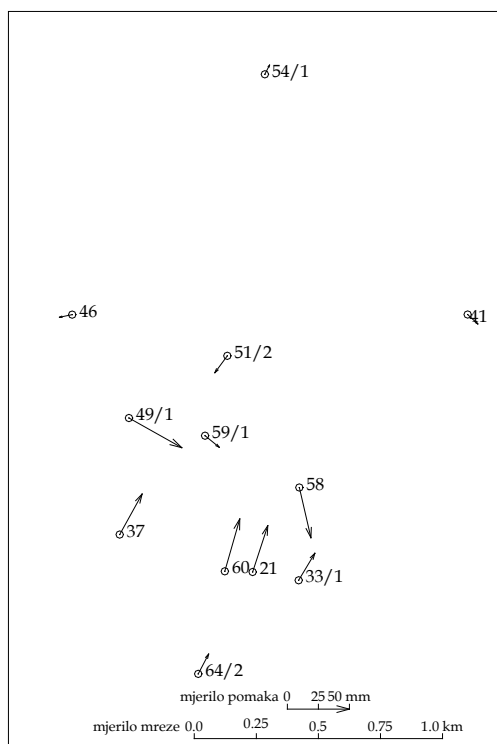
Nakon što je proveden postupak lokaliziranja nestabilnih referentnih tačaka, provodi se testiranje pomaka tačaka. U vektor \hat{d}_O uvrštene su tačke: **21, 58, 60, 33/1, 49/1 i 59/1**, kao osnovne tačke i tačka **37** koja je identificirana kao nestabilna tačka u epohi IV.

Srednje neuklapanja θ^2 za epohu IV iznosi 164,81. Test statistika F iznosi 64,01. Pošto je test statistika značajno veća od kritične vrijednosti $F_{1-\alpha, h_0, f} = 2,08$, gdje su $\alpha = 0,05$, $h_0 = 10$ i $f = 39$, može se zaključiti da **koordinate tačaka na objektu nisu podudarne u periodu između epohe 0 i epohe IV.**

Da bi se odredili definitivne koordinate i pomake, treba izvršiti ponovno izjednačenje ili S-transformaciju mreže iz optimalnog datuma u datum koji definiraju tačke čija je stabilnost utvrđena. U radu je primijenjena S-transformacija (Tabela 5). Tačke koje definiraju datum za epohu IV su: *51/2, 54/1, 41, 46 i 64/2*.

Tačka	Epoha O		Epoha IV		Pomaci u mm	
	Y	X	Y	X	ΔY	ΔX
21	3 583,461	3 618,912	3 583,473	3 618,950	12	38
37	3 048,074	3 771,267	3 048,092	3 771,300	18	33
41	4 449,396	4 666,730	4 449,404	4 666,722	8	-8
46	2 856,844	4 666,180	2 856,834	4 666,178	-10	-2
58	3 771,560	3 962,768	3 771,569	3 962,727	9	-41
60	3 471,438	3 621,638	3 471,450	3 621,681	12	43
33/1	3 768,860	3 585,169	3 768,873	3 585,191	13	22
49/1	3 085,374	4 245,555	3 085,417	4 245,531	43	-24
51/2	3 481,548	4 498,586	3 481,538	4 498,572	-10	-14
54/1	3 632,654	5 644,260	3 632,658	5 644,267	4	7
59/1	3 391,880	4 173,542	3 391,891	4 173,532	11	-9
64/2	3 364,371	3 204,251	3 364,379	3 204,267	8	16

Tabela 6: Definitivne koordinate i pomaci tačaka mikrotriangulacijske mreže "Tušanj"



Slika 2: Definitivni pomaci tačaka mikrotriangulacijske mreže "Tušanj"

4. ZAKLJUČAK

Određivanje pomaka i deformacija fizičke površine Zemlje i objekata na njoj, predstavlja veoma zahtjevan zadatak geodetske struke. U radu je opisan cijeli postupak deformacijske analize. Ukratko taj postupak mogao bi se opisati kako slijedi.

Mreža je izjednačena kao slobodna mreža, a pri izjednačenju slobodne mreže, zbog prisustva singulariteta matrice normalnih jednačina, rješenje se dobije pomoću *pseudoinverzije*. Poslije izjednačenja, svaka serija mjerenja su testira na prisustvo grubih grešaka.

Poslije izjednačenja, testiraju se varijance pojedinih serija mjerenja, kako bi ispitali homogenu tačnost mjerenja dvije vremenske epohe. Primjena *F*-testa pokazuju kako su mjerenja u objema epohama *homogene tačnosti*.

U slijedećoj fazi testirana je globalna kongruencija pojedinih serija mjerenja. Tim testom smo utvrdili jesu li koordinate tačaka cijele mreže, između dvije serija mjerenja ostale nepromijenjene.

Poslije toga vrši se testiranje stabilnosti referentnih tačaka. Nakon provođenja testova o podudarnosti osnovne mreže možemo zaključiti da *osnovna mreža nije stabilna*. Nakon provođenja lokaliziranja nestabilnih osnovnih tačaka, kao nestabilna tačka identificirana je tačka 37.

Test pomaka tačaka na objektu pokazao je kako su pomaci signifikantni.

LITERATURA

Ašanin S., 1988: Metoda analize deformacija u svim kombinacijama, Savetovanje, Inženjerska geodezija, Zbornik radova, 225-239, Priština,

Ambrožič, T. (2001): Deformacijska analiza po postopku Hannover, Geodetski vestnik, 45 (1-2), 38-53, Ljubljana.

Bilajbegović, A., Feil, L., Klak, S. (1985): Deformacijska analiza, Zbornik radova: Geodezija u hidrogradnji, hidrografiji i hidrologiji, 383-393, Split.

Casparry, W. F. (1987): Concepts of Network and Deformation Analysis, School of Surveying, The University of New South Wales, Kensington, Australia.

Građevinski fakultet u Sarajevu, Institut za geodeziju i geoinformatiku (2002): Studija o praćenju položajnih i visinskih tačaka na širem području rudnika "Tušanj" u Tuzli, Sarajevo.

Koch, K.R. (1987): Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models, Springer Verlag.

Kuang, S. (1996): Geodetic network analysis and optimal design: Concepts and Applications, Sams publications.

Mihailović, K., Aleksić I. (1994): Deformaciona analiza geodetskih mreža, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Institut za geodeziju, Beograd.

Niemeier, W. (2002): Ausgleichsrechnung, Walter de Gruyter Berlin New York.

Pašalić, S. (1989): Račun izravnjanja, Građevinski fakultet Sarajevo, Sarajevo.

Savšek-Safić S. (2002): Optimalna metoda določanja stabilnih točak v deformacijski analizi, Doktorska disertacija, Ljubljana.

Vrce, E. (2006): Deformacijska analiza mikrotriangulacijske mreže posebnih namjena, Magistrski rad, Univerzitet u Sarajevu, Građevinski fakultet.

Autor:

Mr.sc. Esad Vrce, dipl.inž.geod.

Građevinski fakultet, Univerzitet u Sarajevu

Patriotske lige 30, 71000 Sarajevo

Bosna i Hercegovina

E-mail: esad_vrce@gf.unsa.ba